

國立臺灣大學九十五學年度轉學生入學考試試題

題號：27

科目：微積分(C)

共 1 頁之第 全 頁

請在答案卷上標明題號，按序作答。

若無列出計算過程，則不予計分。一共 10 題，每題 10 分。

1. 求極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\pi}{n}\right)^n$ 。

2. 假設函數  $f$  定義為： $f(0) = 0$ ，並且當  $x \neq 0$  時， $f(x) = x + x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ ，求一階導數  $f'(0)$ 。

3. 求函數  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}(x+5)$  的極大值與極小值。

4. 設  $f(x) = \int_x^0 f(t) dt + 3$ ，求  $f(x)$ 。

5. 判別無窮級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$  收斂或發散。

6. 求不定積分  $\int \frac{e^{2x}}{(e^x + 1)^2} dx$ 。

7. 求瑕積分  $\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx$ 。

8. 在曲面  $x^2y + y^2z + z^2x = 5$  上，求通過  $P = (1, -1, 2)$  點的切平面方程式。

9. 求逐次積分  $\int_0^1 \left( \int_{2y}^3 e^{x^2} dx \right) dy$ 。

10. 在圓錐面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  之上方與球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  之下方所圍成的立體領域，求它的體積。

試題必須隨卷繳回