

1. $f(x) = \frac{1}{(2-x)}$ ，請求出 $f^n(x)$ (5 分)。

2. $f(x) = \frac{d}{dx} [x \frac{d}{dx} (x - x^2)]$ ，請求出 $f(5)$ (5 分)。

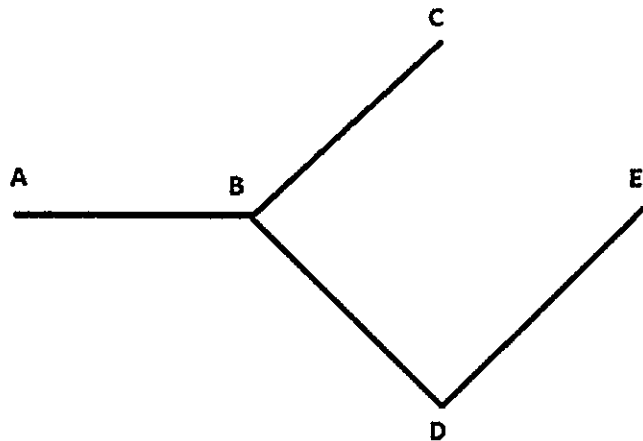
3. $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{\sqrt{(x^2 - 4x - 5)}}{x - 5}$ ，請求出此式解 (5 分)。

4. $f(x) = x^4 - 4x^3 + 1$ ，請繪製出 $-1 \leq x \leq 5$ 的圖形 (10 分)。

5. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ ，請求出矩陣 A 的特徵值(eigenvalue) (3 分) 及特徵向量(eigenvector) (6 分)。

6. 假設 U 和 V 都是一個向量空間，假定 $L: U \rightarrow V$ 為線性轉換 (linear transformation)，請證明 L 為一對一映射和 L 的零空間 (null space) 是 $\{0\}$ 為充要條件 (8 分)。

7. 一傳染病原於 B 鄉鎮大幅出現，其特色為經過一小時後，該病原會隨機的轉往鄰近鄉鎮(不停留于原本鄉鎮)，請寫出鄉鎮間的轉移矩陣 (4 分)，若起始時 B 鄉鎮具有 8000 隻病原請問在經過極長時間後，各鄉鎮具有的病原數各是多少 (4 分)?



8. 計算以下積分 (5 分)：

$$\int_0^1 x^2 \ln(x) dx \text{。}$$

9. 求函數 $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ 的二階導數 (5 分)。

10. 求使得 $f(x) = k(1 - x^2)$, $-1 \leq x \leq 1$, 成為有效的概率密度函數(probability density function)的 k (5 分)。

11. 求 $f(x) = e^{-x^2}$ 在 $x = 0$ 附近的泰勒展開的前三項非零項 (10 分)。

見背面

題號： 289

國立臺灣大學 114 學年度碩士班招生考試試題

科目： 基礎數學

題號：289

節次： 7

共 2 頁之第 2 頁

12. 求以下矩陣的行列式 (5 分)：

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}.$$

13. 對以下矩陣進行對角化 (10 分)：

$$B = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

14. 計算以下矩陣的 Moore-Penrose 逆矩陣 (10 分)：

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

試題隨卷繳回