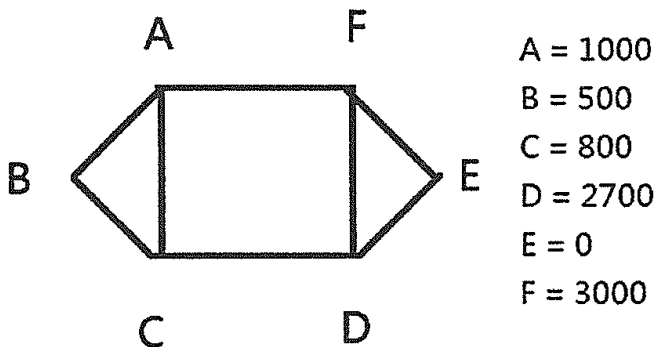


1. 請證明如果 $X'X = X$, X' 是 X 的轉置矩陣, 則 $X = X' = X^2$. (5 分)
2. 令 K 為一 12 階的方陣, 且 $K^5 = 3K$. 請問 $|K|$ 是多少? 請將所有可能數字列出. (10 分)
3. 請證明如果 A 的特徵值(eigenvalues)都為正值, 則 $A + A^{-1}$ 的特徵值大於或等於 2. (10 分)
4. 若 $y = x^{x^x}$, 求 y 的導函數. (10 分)
5. 求曲線 $y = x(x-2)^2$ 與曲線 $y = 2x(x-2)$ 所圍成的區域面積. (10 分)
6. 求 $\int \frac{4x^3 + \frac{1}{3}}{3x^4 + x - 7} dx$. (5 分)
7. $f(x) = \begin{cases} x^3 + 5, & x \leq 1 \\ Ax + B, & x > 1 \end{cases}$, 求 A, B 使 $x=1$ 可以微分? (5 分)
8. $f(x) = 5x^4(x^2 - 3)^3$, 求 $f'(2)$? (5 分)
9. $y = \frac{2u}{(7-6u)}$ 且 $u = (7x^2 - 6)^5$, 若 $x=1$ 請問 $\frac{dy}{dx}$ 的數值為? (5 分)
10. $y = x, y = \sin x, x = (\pi/2)$, 請手繪出三條方程式包圍之圖型 (5 分), 並計算其面積 (5 分)
11. 若 $A = \begin{bmatrix} -4 & -10 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, 請計算矩陣 A 的特徵值(eigenvalue) (5 分), 若 $x^2 = 1$ 時請寫出其相應的特徵空間(eigenspace) (10 分)
12. 一特定病原體在某地區的空間限制下(如下圖), 每隔 1 小時各點的病原體必定會開始往外部移動(不停留於原地), 請寫出各點間的轉移矩陣(5 分), 若各點具有之起始病原體數目如圖標記, 請寫出當經過無限久時間後, 各點之病原體數量為多少? (5 分)



試題隨卷繳回