

1. (5分) 令 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 6$. 求 $f(x)$ 的局部極大值和局部極小值

2. (10分) 計算 $f(x) = \int_0^{\infty} t^2 e^{-t} dt$

3. (10分) 計算 $f(x) = \int \frac{1}{x(x-1)^3} dx$.

4. (10分) 令 A 為一個 $n \times n$ 階可逆矩陣，證明 $(A + uv^T)^{-1} = A^{-1} - \frac{A^{-1}uv^T A^{-1}}{1 + v^T A^{-1}u}$.

5. 令 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 4 & 2 \\ 12 & 8 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

(1) (5分) 求 AB

(2) (5分) 求一向量 x 使 $Ax = 0$

(3) (5分) 請問 A 和 B 的秩分別為何?

6. (共 15 分) 若 y 滿足此方程式

$$y'' + y' - 20y = 0$$

則請在亦滿足下列條件下，求出 y 的所有解(需寫出完整過程)

(1) (5分) $y(0) = 1$

(2) (5分) $y'(0) = 1$

(3) (5分) $y(0) = 1$ 且 $y'(0) = 1$

7. (5分) 若 $y = f(x) = 10x^{-1}$ ，請寫出 $\frac{d^{(n)}x}{dx^n}$ 或 $\frac{d^n y}{dx^n}$ 的一般式

8. (5分) 請求出下列積分式的數值

$$\int_0^1 x^8 \sqrt{x^3 + 4} dx$$

9. (10分) 若 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，請計算 $A^{70} = ?$

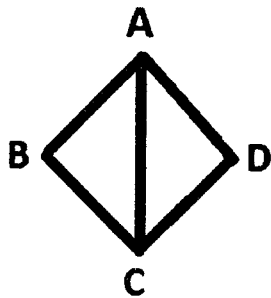
10. (5分) 若 $\vec{a} = (1, 3, -2)^t$ ， $\vec{b} = (3, -1, 1)^t$ ， $\vec{c} = (2, 16, -11)^t$

請問 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 是否可做為 R^3 的生成集(spanning set)，請寫出原因？

11. (10分) 已知四個鄉鎮的相鄰情形如下圖，若存在 1200 隻可傳播傳染病的病原體在之間移動，且其移動特性為每經過一小時後該病原體必定離開原本待的鄉鎮，隨機的前往可移動方向的鄉鎮。請問

(1) (5分) 請寫出轉移矩陣。

(2) (5分) 請問當經過非常長的時間後，各鄉鎮具有病原體數量各是多少？



試題隨卷繳回