

## 第一大題 (9 小題, 共 50 分)

癌症病人接受化學治療常有副作用(如疼痛), 假設疼痛分數可以使用問卷得到而且假設其分數是遵循常態分佈。某研究機構提出一新方法可降低疼痛, 也就是將病人之足穿戴特殊厚毛襪(以 $S$ 表示), 此可能可以使得接受化療的病人疼痛緩解。研究人員為證明此想法, 將病人左右腳隨機選取一腳穿( $S$ ), 而另一腳未穿( $\bar{S}$ ), 並測量兩腳在穿( $S$ )與未穿( $\bar{S}$ )其介入前後疼痛的改善分數, 以 $(d^S, d^{\bar{S}})$ 表示, 今得到 50 位病人資料如下:

$(20, -5), (15, 5), (-5, 5), \dots, (20, -7)$  共 50 對。且

$$\sum_{i=1}^{50} (d_i^S - d_i^{\bar{S}}) = 250$$

其中 $(d_i^S - d_i^{\bar{S}})$ 亦可以 $(\Delta d_i)$ 表示。

- (1) 請自行設定符號敘述統計虛無假說及對立假說以驗證穿戴特殊厚毛襪( $S$ )是否可以改善疼痛的假說, 並寫出使用何種統計檢定方法? (5 分)
- (2) 敘述使用何種統計檢定量來檢定並說明須要何種訊息才能得知檢定量在 $\alpha = 0.05$ 之下的臨界值(critical value)? (5 分)
- (3) 假設兩組疼痛改善相差 $(\Delta d)$ 變異數已知為 $\sigma_{\Delta d}^2 = 100$ , 依上述資料檢定後距離平均值有多少標準誤? 根據此訊息在不查表情況下自行判定是否應推翻或接受虛無假說? (5 分)
- (4) 解釋此種檢定統計方法是 One-sample 或 Two-sample test, 其統計檢定之充分統計量為何? (5 分)
- (5) 寫出上述虛無及對立假說下之檢(定)力函數(Power Function)。 (5 分)

假設吾人有興趣的是疼痛分數是否改善超過 5 分, 也就是 $d_S$ 或 $d_{\bar{S}} > 5$ (以+表示)或 $\leq 5$ (以-表示), 如果得到 50 人的四組資料以 $(+, +), (+, -), (-, +), (-, -)$ 分別代表 $S$ 及 $\bar{S}$ 皆改善、 $S$ 改善但 $\bar{S}$ 未改善、 $S$ 未改善但 $\bar{S}$ 改善及兩組皆未改善, 其樣本數對數分別為 10, 20, 10 及 10。

- (6) 請自行設定符號以驗證虛無假說及對立假說, 寫出使用何種統計檢定方法及充分統計量為何, 並在不查表情況下自行判定當 $\alpha = 0.05$ 時是否應推翻或接受虛無假說? (5 分)
- (7) 請依此資料排列成聯列表並計算 $S$ 相對於 $\bar{S}$ 改善達 5 分以上的倍數及 95% 信賴區間。 (5 分)
- (8) 上述哪二組訊息對於改善疼痛並無助益? 自行設定符號下使用條件機率描述其他兩組有用訊息下之任一足疼痛改善的機率。 (5 分)
- (9) 若使用羅吉斯迴歸方程式來估計穿戴特殊厚毛襪 [ $X: 1 = S, 0 = \bar{S}$ ]的迴歸係數, 將其模式型表示如下:

$$\log \frac{P_{ij}}{1 - P_{ij}} = \alpha_i + \beta X_{ij}$$

$i = 1, \dots, 50$ 對

$j = + / -$  改善/未改善

$\alpha$ : 截距項

$\beta$ : 迴歸係數

利用上述條件機率引導下, 使用羅吉斯迴歸方程式導出任何一對中其中一足疼痛改善超過 5 分的機率之數學方程式和 $(X_1 - X_2)$  [ $1$  及  $2$  分別代表左腳和右腳] 相關但和截距項無關之函數關係, 並利用題(7)推論迴歸係數估計值約為多少? (10 分)

見背面

## 第二大題 (5 小題，共 50 分)

吾人想探討某「單核苷酸多態性」(single-nucleotide polymorphism, 簡稱 SNP)與飲酒 (分為有、無這兩種) 之間是否存在交互作用 (interaction) 會影響舒張壓，SNP 可能出現的「基因型」(genotype) 有 TT, TC, CC 這三種，已知年齡 (連續型數值) 與性別是兩個需要調整的解釋變數，請回答以下五小題，每小題 10 分：

- (1) 舒張壓為一連續型的反應變項 (response variable)，請根據研究目的寫出迴歸模式 (regression model)，該迴歸模式是否有任何假設，並寫出虛無假說與對立假說。
- (2) 承上小題，請說明如何在您的迴歸模式中檢查 SNP 與飲酒之間是否存在交互作用，交互作用的迴歸係數值該如何解釋。
- (3) 若吾人將反應變項改為高血壓與否 (1 或 0)，請寫出 logistic 迴歸模式，並說明如何探討 SNP 與飲酒之間是否存在交互作用，交互作用的迴歸係數值該如何解釋。
- (4) 承上小題，請寫出該 logistic 迴歸模式各參數的「最大概似估計值」(maximum likelihood estimates, 簡稱 MLE)如何求解，以及 MLE 的變異數如何估計，需有計算過程。
- (5) 承上小題，請從「概似函數」(likelihood function) 開始，推導出「概似比檢定」(likelihood ratio test)、「Wald's test」以及「分數檢定」(score test) 的形式，需有計算過程。

試題隨卷繳回