

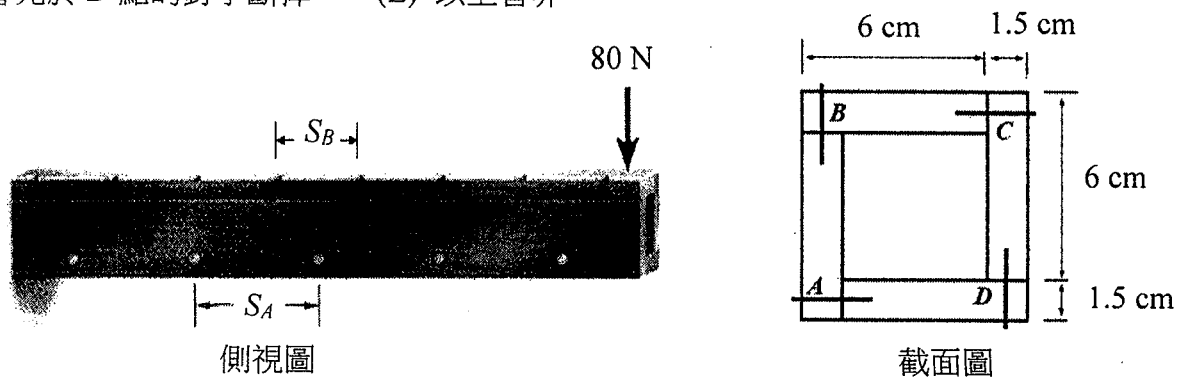
各題中，除非特別強調，所有材料皆為均質等向性線彈性-完全塑性 (isotropic linearly elastic-perfectly plastic) 材料。除非特別強調，不需考慮非線性行為、應力集中和塑性變形。

1-8 題為單選題，請選出最適合的答案。每答對一題得 4 分，每答錯一題倒扣 1 分。

※ 注意：請於試卷內之「選擇題作答區」依序作答。

1. 四片相同之矩形截面木板由釘子接合成一懸臂梁，其截面如附圖所示（側視圖的白點和截面圖的粗直線表示釘子）。自由端受到一垂直向下、大小為 80 N 的力作用。A、B、C、D 接縫處的相鄰兩根釘子的距離分別為 S_A, S_B, S_C, S_D 。假設每根釘子能承受最大剪力 30 N。以下敘述何者正確？

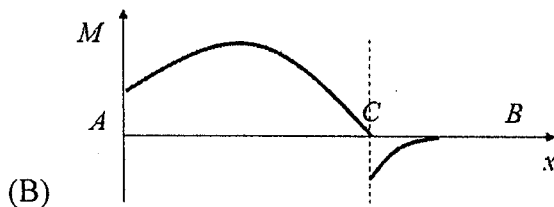
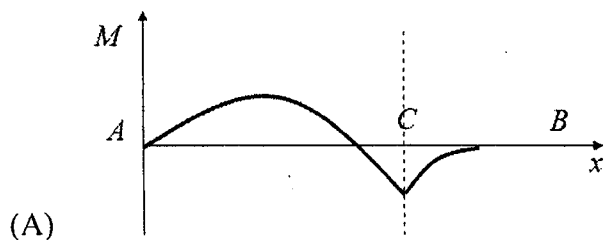
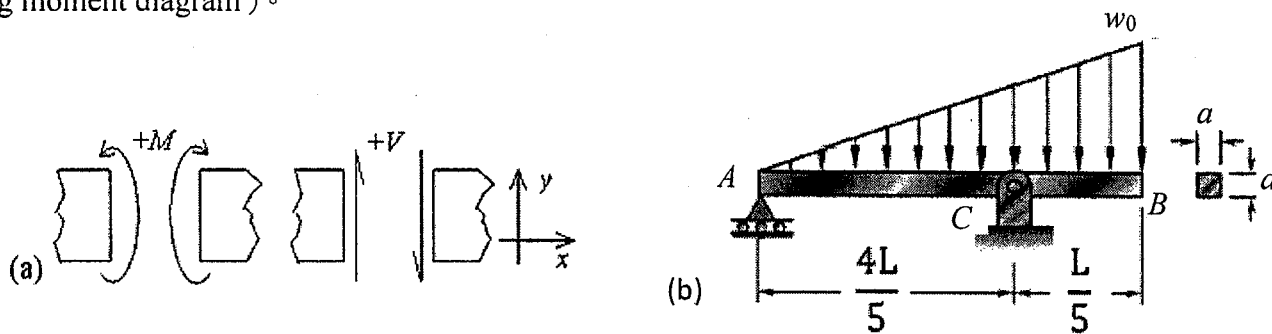
- (A) 此梁所受負載為純彎曲 (pure bending) (B) 若 $S_B = S_C$ 則 C 點的釘子會先於 B 點的釘子斷掉
 (C) 若 $S_A = S_B$ 則 A 點的釘子會先於 B 點的釘子斷掉
 (D) 若 $S_B = S_D$ 則 B 點的釘子會先於 D 點的釘子斷掉 (E) 以上皆非



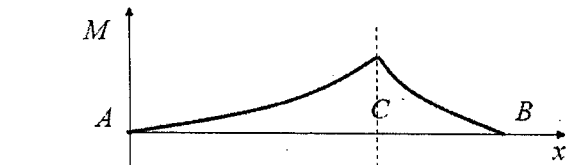
2. 承上題，以下敘述何者正確？

- (A) 最大可容許之 $S_B = 5.1$ cm (B) 最大可容許之 $S_C = 5.1$ cm (C) 最大可容許之 $S_A = 17.0$ cm
 (D) 最大可容許之 $S_D = 10.2$ cm (E) 最大可容許之 $S_C = 17.0$ cm

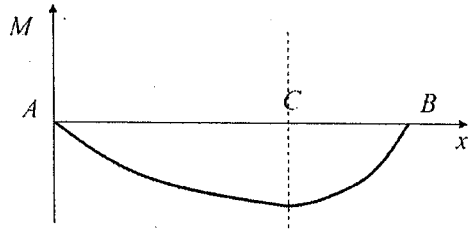
3. 如果定義梁的剪力 V 與彎矩 M 的正向如圖(a)所示。附圖(b)為某梁的受力圖，若非線性效應可忽略，請選出合理的彎矩圖 (bending moment diagram)。



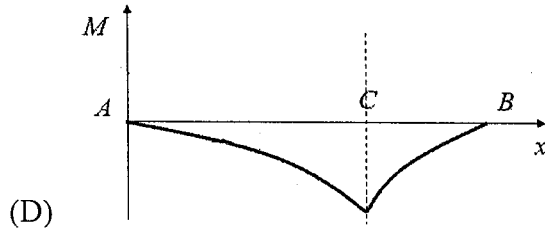
見背面



(C)



(E)



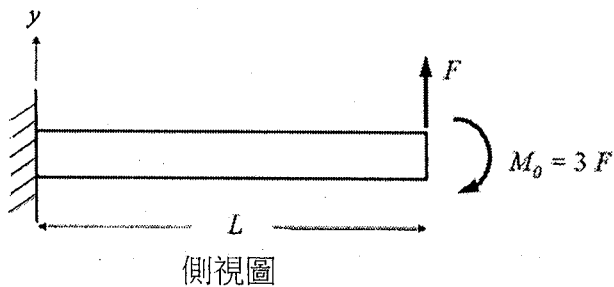
(D)

4. 承上題，以下敘述何者錯誤？

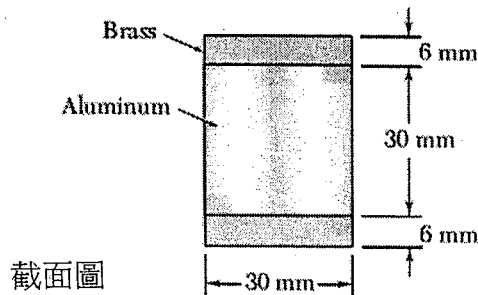
- (A) A 點的撓度 (deflection) 為零 (B) B 點的剪力為零 (C) C 點的剪力不連續
 (D) C 點的反作用力僅有力而無彎矩 (E) C 點的轉角 (slope, 或稱曲度) 為零

5. 一長度 $L = 20$ m 的複合懸臂梁由兩片黃銅 (Brass) 及一根鋁桿接合而成，自由端受一力 F 及一彎矩 $M_0 = 3F$ 作用 (如下圖)。 x 等於多少時整個截面的彎曲正應力 (bending stress) 為零？ (鋁：Young's modulus $E = 70$ GPa、yield strength $\sigma_y = 100$ MPa；黃銅： $E = 105$ GPa、 $\sigma_y = 160$ MPa)

- (A) $x = 0$ (固定端) (B) $x = 3$ m (C) $x = 17$ m (D) $x = 20$ m (自由端) (E) 以上皆非



側視圖



截面圖

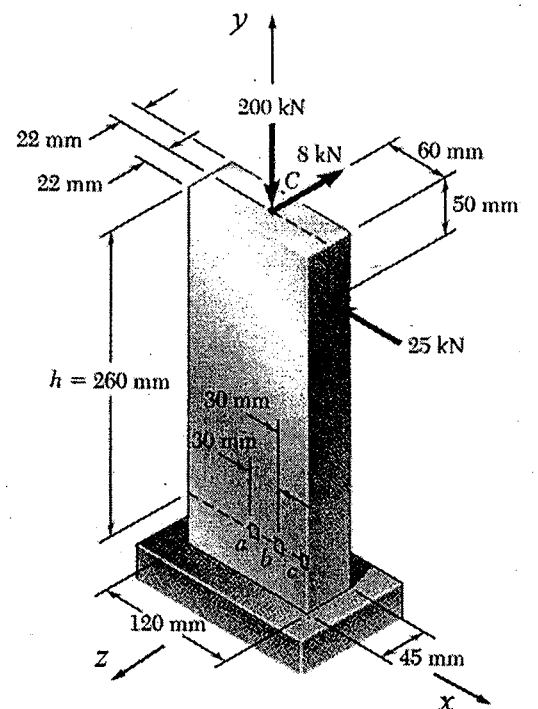
6. 承上題，若 F 從零慢慢增大，以下敘述何者正確？

- (A) 鋁先降伏，此時 $F = 72.9$ N (B) 黃銅先降伏，此時 $F = 72.9$ N
 (C) 鋁和黃銅同時降伏，此時 $F = 72.9$ N
 (D) 降伏的位置在黃銅和鋁的界面 (E) 以上皆非

7. 一桿件受三力作用 (如右圖)，Young's modulus $E = 200$ GPa, Shear modulus $G = 77$

GPa。以下關於 a 點應力的敘述何者錯誤？

- (A) 有三個主應力 (principle stresses)
 (B) 其中一個主應力 $\sigma = -2.7$ MPa
 (C) 其中一個主應力 $\sigma = 18.5$ MPa
 (D) 最大剪應力為 $\tau_{max} = 10.6$ MPa
 (E) 最大剪應力落在法向量為 y 的面上



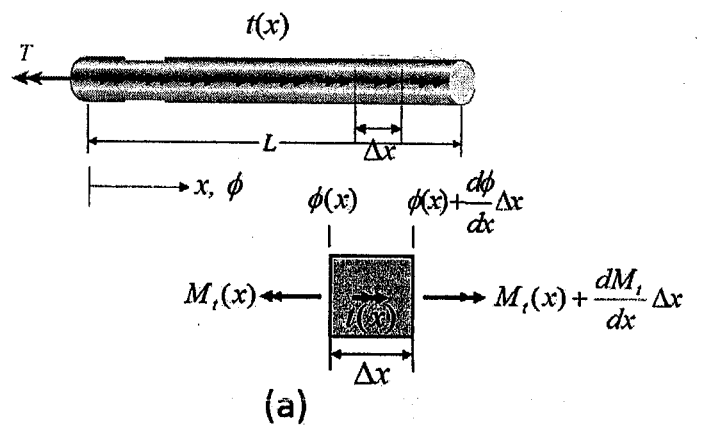
8. 承上題，以下關於 a 點應變的敘述何者錯誤？

- (A) 有三個主應變 (principle strains) (B) 其中一個主應變 $\varepsilon = 0$
 (C) 有兩個主應變 $\varepsilon < 0$ (D) 其中一個主應變 $\varepsilon > 0$ (E) 應力主軸與應變主軸重合

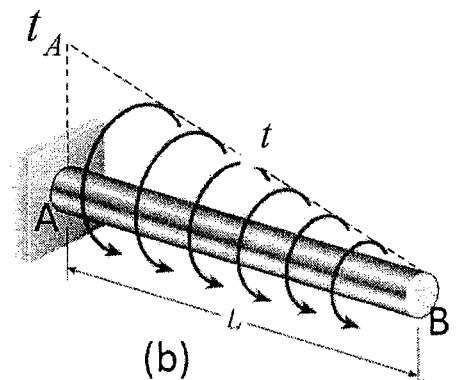
9-11 題為計算題，請寫出詳細過程與單位 ※ 注意：請於試卷內之「非選擇題作答區」標明題號依序作答。

9. 回答下列問題

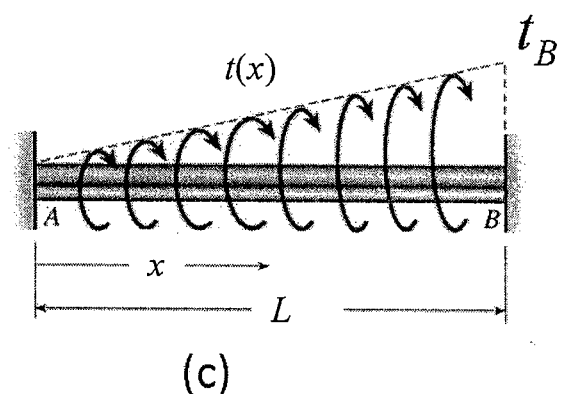
(a) (10%) 考慮一實心圓軸，於左端施加扭矩 T ，另一端與空氣接觸無施加扭矩，如圖(a)所示。圓軸之長度為 L ，截面積隨位置改變，其剪力模數與極慣性矩分別為 $G(x)$ 與 $J(x)$ ，受到一分佈外加扭矩 $t(x)$ ，皆為 x 的函數。 x 軸與圓軸扭轉角 $\phi(x)$ 之起點位於圓軸之最左端，根據圓軸一部分之力平衡，其中 $M_t(x)$ 為內扭轉矩 (twisting moment)，推導圓軸之統御方程式 (governing equation)，以 $G(x)$ 、 $J(x)$ 、 $t(x)$ 與 $\phi(x)$ 表示。



(b) (10%) 若圓軸的左端固定在牆上 (如圖 (b))，而分佈外加扭矩為線性分佈，最左端為 t_A ，最右端為 0，其直徑為 d 。請寫出其左右兩端的邊界條件，並用(a)所推導的統御方程式，寫出扭轉角 $\phi(x)$ 的表示式，並找出兩端相對之扭轉角，以 t_A 、 L 、 G 、 d 表示。

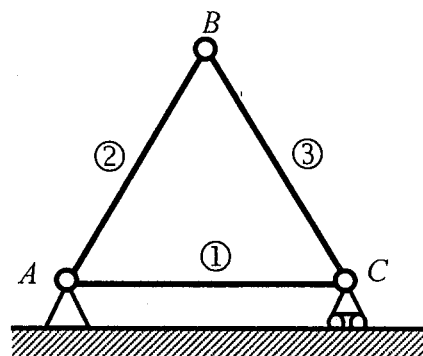


(c) (10%) 若圓軸的左右兩端固定在牆上 (如圖 (c))，而分佈外加扭矩為線性分佈，最左端為 0，最右端為 t_B ，其直徑為 d 。請寫出其左右兩端的邊界條件，並用(a)所推導的統御方程式，寫出扭轉角 $\phi(x)$ 的表示式，找出發生最大扭轉角之位置與扭轉角度，並計算 A 與 B 兩端點之扭矩 T_A 與 T_B 的值，以 t_B 、 L 、 G 、 d 表示。



見背面

10. 右圖所示的桁架 (truss) 由三根相同的桿子經插銷連結而成。桿子的楊氏係數為 E 、熱膨脹係數為 α 、截面積為 A_0 、截面慣性矩為 I 。在室溫 T 時，桿子的長度都為 L ，此時桿子沒有應力。點 A 固定於地面，點 C 經轉子連接於地面。



(a) (6%) 均勻加熱桁架，使得 3 根桿子的溫度都上升為 $T + \Delta T$ ，請分別求出 3 根桿子的應力。

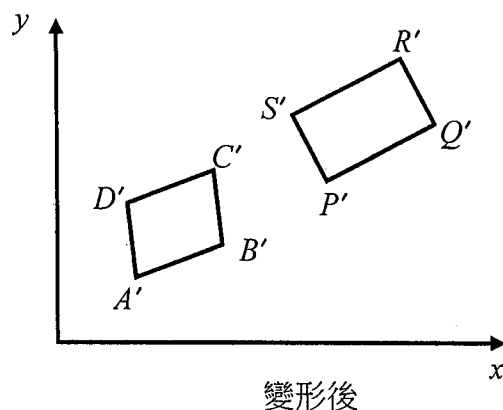
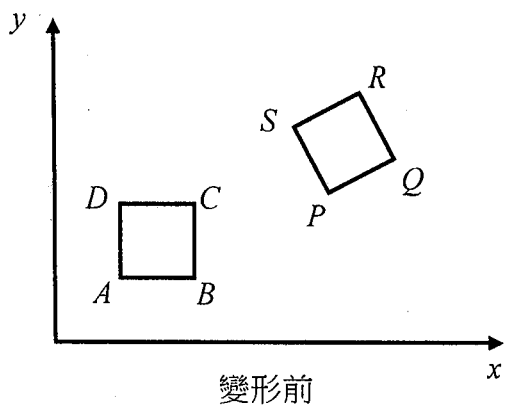
(b) (6%) 如果桿子 AC 的溫度維持為 T ，桿子 AB 的溫度上升為 $T + \Delta T$ ，而桿子 BC 的溫度下降為 $T - \Delta T$ ，請分別求出 3 根桿子的應力。

(c) (8%) 假設桿子的溫度都維持在室溫 T 。假設桁架在點 C 承受一向左的水平力 P (指向 \overline{CA})， P 的值由 0 逐漸增加，請問那一根桿子會先挫屈 (buckling)，此時 P 的值和 P_c 的比值為何 (這裏 P_c 代表簡支梁的軸向挫屈力)

11. 有一固體受外力作用後產生均勻平面 (x - y 平面) 變形 (均勻變形意指各個位置的變形相同)，如下圖所示。本題中所用的長度單位為 mm。

(a) (9%) x - y 平面上原來邊長為 1 的正方形 $ABCD$ 變形後成為平行四邊形 $A'B'C'D'$ 。假設邊 AB 、 AD 分別和 x 軸和 y 軸平行，變形後 3 頂點的座標分別為 $A':(1.5, 1.5)$ 、 $B':(2.5015, 1.5006)$ 和 $D':(1.5009, 2.4982)$ 。請求出對應的應變 ϵ_x 、 ϵ_y 與 γ_{xy} 。

(b) (9%) 假設邊長為 1 的正方形 $PQRS$ 變形後成為矩形 $P'Q'R'S'$ ，請問 PQ 和 x 軸的夾角為幾度？矩形 $P'Q'R'S'$ 的長、短邊長各為何？



試題隨卷繳回