

一、(25分)某一位職業籃球選手過去十年間，每年的投籃命中率如下表所示：

年度	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
命中率	0.279	0.186	0.252	0.348	0.666	0.256	0.260	0.804	0.272	0.671

今將投籃命中率定義為隨機變數 Y ，其所服從之機率分配為 Beta distribution, $Y \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$ ，其機率密度函數為：

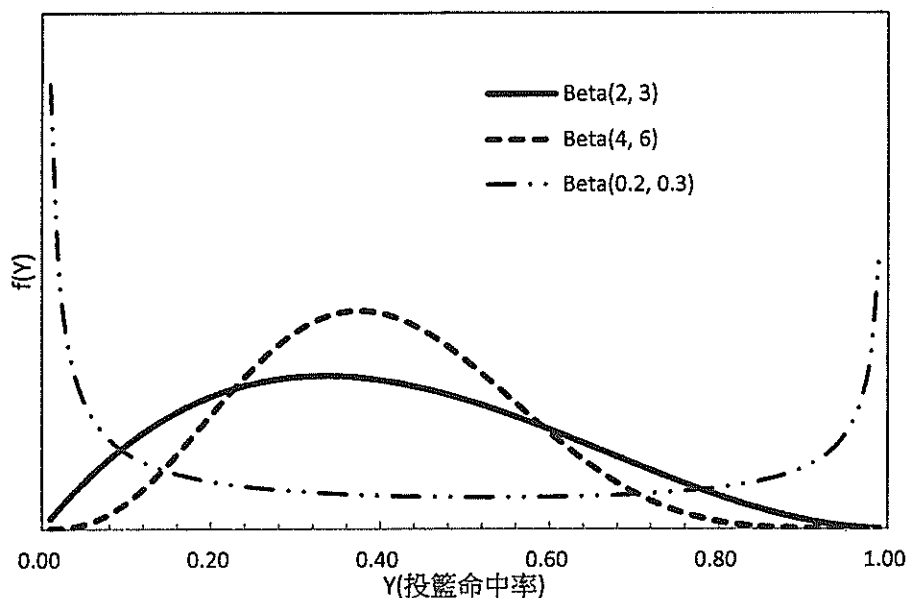
$$f(y; \alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} y^{\alpha-1} (1-y)^{\beta-1} \quad 0 < y < 1, \alpha > 0, \beta > 0$$

1. 請推導證明 $E(Y) = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}$ 。(10%)

經估計結果，這位職籃選手的 α 和 β 的估計值分別為 2 和 3，根據 Beta Distribution 的模型，此選手的投籃命中率分佈情形如下圖中 Beta(2, 3) 所示。今有另外二位球員，

2. 假設其中一位職籃選手，他的 α 和 β 的估計值分別為 4 和 6，如下圖中 Beta(4, 6) 所示。則相對於前面一位的選手，其命中率狀況又如何？誰的薪水應該較高？(5%)
3. 又假設另一位職籃選手，他的 α 和 β 的估計值分別為 0.2 和 0.3，如下圖中 Beta(0.2, 0.3) 所示。則相對於前面第一位的選手，其投籃表現狀況又如何？誰的薪水應該較高？(5%)
4. 終場前 5 秒，落後 1 分，身為總教練的你，會指派這三位選手中哪一個作最後一擊？為什麼？(5%)

三名球員投籃命中率之分配圖



二、(20分)某食品加工廠進行品質管制，每天從裝配線上抽取樣本 $n=100$ 個產品進行檢驗，令 X 為不良品的個數。若已知工廠每日生產的產品的不良率為 p ，但 p 並非固定， p 在 $0 \sim 0.1$ 區間為均等分配，

1. 試求 X 的期望值 $E(X)$ 。(10分)
2. 試求 X 的變異數 $V(X)$ 。(10分)

見背面

三、(30 分)一個旅行社欲開發一項新的套裝旅遊行程，以迎合消費者的需求。經初步研究，這項產品可依據下列四項產品屬性來決定產品的型式：

- 行程天數 (5 天, 10 天)
- 旅行方式 (自由行, 團體遊)
- 目的地 (泰國, 日本, 澳洲)
- 價格 (\$2 萬, \$3 萬, \$4 萬, \$5 萬)

旅行社利用迴歸分析法以分析個別消費者的偏好(Y)結構，假設有二位消費者的迴歸模型估計結果如下：

$$\text{某甲：} E(Y)=67-16X_1+37X_2+26X_3+5X_4-0.15X_5$$

$$\text{某乙：} E(Y)=38+18X_1-17X_2+11X_3+35X_4-2.37X_5$$

請回答下列問題：

1. 請定義每個解釋變數 (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) 的觀察值所代表的意義。(5 分)
2. 請解釋這二位消費者偏好結構的差異。(10 分)
3. 假設旅行社設計了二種套裝行程。其中，第一種 A 組合是行程天數 5 天、旅行方式是自由行、目的地是澳洲、價格為\$35,000。第二種 B 組合是行程天數 10 天、旅行方式是自由行、目的地是日本、價格為\$30,000。試將此二產品組合轉換成解釋變數的觀察值(一組 0-1 組合的數字)。然後根據模型進行預測，請問旅行社應該針對二位消費者(甲、乙)推上述哪一個套裝行程(A、B)，為什麼？(10 分)
4. 假設有二位消費者的迴歸分析結果，一人的 R^2 值是 0.8，而另一人的 R^2 值是 0.2。請說明此二人特徵的差異。(5 分)

四、(25 分)有關抽樣方法及樣本數問題：

1. 何謂 Stratified Random Sampling？何時適用？甚麼條件之下其效益會高於 Simple Random Sampling？(10 分)
2. 何謂 Cluster Sampling？何時適用？甚麼條件之下其效益會高於 Simple Random Sampling？(10 分)
3. 請問決定樣本數大小的因素有那些？(5 分)

試題隨卷繳回