1. [40分，共5小題]

給定兩獨立隨機變數 $X_1, X_2 \sim$ Uniform (0,1)。定義 $U = \max\{X_1, X_2\}$ 及 $V = \min\{X_1, X_2\}$。

(1) 請求出U和V各自的機率密度函數(pdf)（10 分）

(2) 請求出$E(U), E(V), \mathrm{var}(U), \mathrm{var}(V)$（12 分）

(3) 請求出(U, V)的聯合機率密度函數(joint pdf)（5 分）

(4) 請求出$\mathrm{cov}(U, V)$（3 分）

(5) 請求出$\mathrm{E}(U|V)$，並求出$\mathrm{E}(U|V)$的機率密度函數（10 分）

2. [20分，共2小題]

有一個研究小組進行一個臨床試驗比較兩種降血壓的藥物 A 和 B，將 60 個病人隨機分派為兩組，每一組 30 人，服用藥物 A 或 B。經過一個月後觀察治療前後血壓的改變，結果分析如下表：

治療前後血壓的改變 (毫米汞柱)	樣本數	平均值	標準誤	95%信賴區間
A	30	4.40	1.94	0.43 到 8.37
B	30	2.37	1.86	-1.43 到 6.17

根據上表，回答下面問題

(1) 研究小組下結論說：治療組 A 的病人在服用藥物之後血壓改變了 4.4 毫米汞柱，達到統計顯著。而治療組 B 的病人在服用藥物之後血壓改變了 2.37 毫米汞柱，未達到統計顯著。請問這個結論正確嗎，請說明。(10 分)

(2) 研究小組的另一個結論是：因為治療組 A 的病人在服用藥物之後血壓改變達到統計顯著。而治療組 B 的病人在服用藥物之後血壓改變未達到統計顯著，所以 A 藥物比 B 藥物降血壓的效果來的更好，且達到統計顯著。請問這個結論正確嗎，請說明。(10 分)

見背面

3. [40分，共7小題]

工廠意外傷害一向是健康保險給付之重要課題，某大工廠每月發生意外傷害平均為3次（以 λ 表示），假設意外傷害遵循布瓦松分佈 (Poisson distribution)。

(1) 計算2個月內至少發生2次意外傷害之機率。 (2分)

(2) 如果收集 n 個月其每月發生意外傷害次數，以 X_i 表示(i=1, 2, …, n)，寫出估計參數 λ 之充份統計量（Sufficient Statistics, 以 S 表示）。(3分)

(3) 利用機率密度函數$f_X(x;\lambda)$及$f_S(s;\lambda)$導出條件機率密度函數$f_{X|S}(x|s;\lambda)$，以此條件分佈之數學式說明為何 S 是參數 λ 充份統計量。(5分)

(4) 上述$f_{X|S}(x|s;\lambda)$之條件分佈若以參數 s 及 n 表示是何種分佈? (5分)

(5) 為了降低意外傷害，該工廠推出一套安全預防計畫，在此計畫實施後觀察接下來3年意外傷害次數（以 $X_1, X_2, \ldots, X_{36}$ 代表每月意外傷害次數的隨機變數）。在統計虛無假說（H_0）及對立假說（H_1）之下，以參數λ 寫出上述實施安全計畫降低意外傷害之統計假說檢定；寫出3年內充分統計量（S）之布瓦松分佈參數；並以近似常態分佈寫出統計檢定力函數及計算在α (Type I error) =0.1 之下拒絕虛無假說之臨界值（四捨五入至整數位）。(10分)

(6) 假設此安全計畫可以降低 20.67%的平均意外傷害次數，據此，寫出對立假說下之參數 λ，並在此對立假說下之參數 λ 計算上述臨界值（α=0.1）之統計檢定力大小。(10分)

(註：提供常態累積分佈，$\Phi(1.282)=0.9$, $\Phi(1)=0.8413$)。

(7) 保險公司欲計算3年意外傷害給付，若3年內共有 M 次意外傷害，且參數遵循上述布瓦松分佈（λ=3），如果每次金額 $Y_1, Y_2, \ldots$是 iid 隨機變數（而且和 M 無關），其平均值和變異數皆為1（萬元），若以 T（$= Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_M$）表示總金額，在 M=$m$ 之下以條件期望值及變異數計算 E(T)及 Var(T)。(5分)

試題隨卷繳回