

1. (10%) 統一超商決定今年夏天推出有機米禮盒，但是不確定禮盒外包裝的顏色是否會影響銷售量。因此，行銷部門先在大台北地區選定40家統一超商進行銷售測試，這些超商被隨機均分成4組，每組超商只販售特定顏色包裝的有機米禮盒。經過2個月的展售，各個超商的禮盒銷售數量呈現如下表（總平均數為68.3盒，標準差為9.796盒）。請選用合適的統計方法進行檢定($\alpha=0.05$)，並依據分析的結果說明有機米禮盒的外包裝顏色是否會影響銷售量。

[*參考用臨界值： $Z_{0.05}=1.96$; $T_{0.05, 36}=2.03$; $F_{0.05, (3,36)}=2.87$]

超商包裝顏色	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Mean	S.D.
藍	71	80	73	89	75	76	84	84	81	78	79.1	5.587
綠	66	63	61	79	77	70	70	62	78	75	70.1	6.903
黃	74	71	55	67	66	72	64	59	74	63	66.5	6.416
紅	62	54	54	56	58	69	53	59	50	60	57.5	5.421

2. (15%) 大安運動中心規劃進行一項減重實驗，共有24名中心的學員自願參加實驗，受試者每天需服用特定劑量的降血脂藥，並且參與固定時數的有氧運動。3個月後運動中心除了紀錄參加學員體重的變化，也將在實驗結束後公布降血脂藥(Dosage)與運動時數(Ehour)對於體重減量(Loss)的影響效果。假設前述資料都符合使用最小平方方法估計迴歸方程式的要求，請根據下列透過統計軟體估計之迴歸分析的結果
- 寫出完整的迴歸方程式
 - 具體說明降血脂藥與運動時數是否能夠顯著、有效地減輕體重($\alpha=0.05$)
 - 請幫大安運動中心寫一段簡短、易懂的文宣說明減重實驗的實質結果

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	2	165.86203	82.93101	11.60	0.0004
Error	21	150.09631	7.14744		
Corrected Total	23	315.95833			
Root MSE		2.67347	R-Square	0.5249	
Dependent Mean		-5.45833	Adj R-Sq	0.4797	
Coeff Var		-48.97961			
Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	-3.09235	1.48542	-2.08	0.0498
Dosage	1	0.00323	0.00476	0.68	0.5043
Ehour	1	-0.62942	0.13420	-4.69	0.0001

見背面

3. (10%) 為了降低鴻海生產線員工的工作焦慮，人力資源部門正著手規劃心理諮商服務。為了評估諮商服務的合適性，人資部門邀集7位員工先進行測試，這些員工在參與心理諮商前先進一次焦慮測量，之後的2個月員工可自由參加諮商服務，人資部門會詳細記錄每位員工接受諮商的時數，測試結束後每位員工再進行第二次的焦慮測量。下表包含7位員工的諮商時數與兩次測量焦慮分數的差距，(a) 請計算諮商時數與降低的焦慮分數兩者的相關係數(correlation coefficient)，(b)若以諮商時數作為解釋變項，降低的焦慮分數作為依變項，請估計迴歸係數並寫出簡單迴歸方程式(請四捨五入至小數點後2位)。

員工編號	1	2	3	4	5	6	7
諮商時數	80	82	70	60	62	77	30
降低的焦慮分數	60	58	57	52	53	58	32

4. (15%) 王教授想了解微積分的學習成績(SCORE)是否與性別(GENDER；男生vs.女生)以及課後練習(PRACTICE；有練習vs. 無練習)有關。因此，他利用這學期微積分上課學生的個人資料與學期成績進行兩因子變異數分析，除了檢驗性別與課後練習對於學期成績的主效果，他也檢驗是否具有交互作用的影響。請根據下列統計軟體的輸出結果，選擇合適的檢定統計量，說明性別、課後練習如何影響微積分的學習成績？以何種方式影響？($\alpha=0.05$)

The ANOVA Procedure					
Dependent Variable: SCORE					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	3	5114.87393	1704.95798	2.79	0.0482
Error	58	35394.72284	610.25384		
Corrected Total	61	40509.59677			
	R-Square	Coeff Var	Root MSE	SCORE Mean	
	0.126263	42.65123	24.70332	57.91935	
Source	DF	Anova SS	Mean Square	F Value	Pr > F
GENDER	1	28.760789	28.760789	0.05	0.8289
PRACTICE	1	5085.789709	5085.789709	8.33	0.0055
GENDER*PRACTICE	1	0.323433	0.323433	0.00	0.9817

5. (10%) 何謂隨機變數(random variable)? 何謂隨機變數的分配(distribution)? 何謂機率空間(probability space)? 請綜合討論之。
6. (10%) 解釋下列四個收斂模式: converge in probability, converge in mean square, converge in distribution, converge almost surely. 這四個收斂模式彼此之間有何邏輯上的隱含關係?
7. (10%) 假設 X 跟 Y 是定義在同一個機率空間上的二個連續隨機變數, 它們的聯合(joint)以及邊際(marginal)機率密度函數(probability density function)皆存在, 但是 X 跟 Y 不是獨立(not independent)也不具有相同的分配(not identically distributed). 若已知 X 跟 Y 的聯合分配(joint distribution), 則可以利用Jacobian或convolution來計算 $X+Y$ 此一隨機變數的分配. 請描述這二個計算方法.
8. (10%) 常態分配、 t 分配、卡方分配以及 F 分配, 這四個分配彼此之間有什麼關係?
9. (10%) 假設 X 跟 Y 是定義在同一個機率空間上的二個連續隨機變數, 它們的聯合(joint)以及邊際(marginal)機率密度函數(probability density function)皆存在. 寫出 X 跟 Y 獨立(independent)的三種充分必要條件. 請分別利用(1)機率密度函數, (2)累積分配函數(cumulative distribution function), 以及(3)動差母函數(moment generating function)來表達.