1. (共 35 分)

某小學六年級有三個班級 A、B 和 C，每一班派出五位學生參加英文閱讀比賽，表一是他們的比賽成績

表一

成績 (Grades)	班級 (Class)	變項 A	變項 B	變項 C
80	A	1	0	0
75	A	1	0	0
70	A	1	0	0
65	A	1	0	0
60	A	1	0	0
95	B	0	1	0
90	B	0	1	0
85	B	0	1	0
80	B	0	1	0
75	B	0	1	0
85	C	0	0	1
75	C	0	0	1
75	C	0	0	1
65	C	0	0	1
65	C	0	0	1

其中 Grades 是成績，Class 代表班級，變項 A、B、C 是班級的虛擬變項(dummy variables)。利用最小平方法(ordinary least squares)線性迴歸模式分析三個班級成績的差異有以下幾種可能的做法：

(1) 用 Grades 當依賴變項，A 和 B 是解釋變項：

$$\text{Grades} = b_0 + b_1 A + b_2 B + e \quad (\text{模型一})$$

e 是殘差項，而 b_0 是截距項的迴歸係數。請解釋模型一裡的迴歸係數 b_0，b_1，b_2 所估計的參數的實際意義 (9 分，各 3 分)

見背面

(續題 1)

(2) 用 Grades 當依賴變項，B 和 C 是解釋變項：

$$\text{Grades} = b_0 + b_1 B + b_2 C + e \quad (\text{模型二})$$

e 是殘差項，而 b_0 是截距項的迴歸係數。請解釋模型二裡的迴歸係數 b_0，b_1，b_2 所估計的參數的實際意義 (9 分，各 3 分)

(3) 用 Grades 當依賴變項，A、B 和 C 是解釋變項，但是沒有截距項：

$$\text{Grades} = b_1 A + b_2 B + b_3 C + e \quad (\text{模型三})$$

e 是殘差項。請解釋模型三裡的迴歸係數 b_1，b_2，b_3 所估計的參數的實際意義 (9 分，各 3 分)

(4) 如果用 Grades 當依賴變項，A、B 和 C 當作解釋變項，但是同時保留截距項：

$$\text{Grades} = b_0 + b_1 A + b_2 B + b_3 C + e \quad (\text{模型四})$$

e 是殘差項，而 b_0 是截距項的迴歸係數。請說明此線性迴歸模型裡的 b_0，b_1，b_2，b_3 可能有多少組解，並解釋其原因 (8 分)

2. (共 15 分)

請說明二項分布(Binomial distribution)在何種情況下可用卜瓦松分布(Poisson distribution)來近似(佔 5 分)？並證明之(佔 10 分)。

3. (共 10 分)

如果平均一天內收到 100 封電子郵件，則一天內收到 300 封以上電子郵件的機率之上界為何(5 分)？請說明推論的依據並證明之(5 分)。

接次頁

4. (共 10 分) 若某班有 156 人，兩次考試及格與否的情形如下，請作出一個2×2表，並根據該表來檢定兩次考試之及格率是否相同？顯著水準訂為 0.05，請利用備註卡方分布的資訊，寫出完整的假設檢定流程。

第一次考試	第二次考試	人數
及格	及格	90
及格	不及格	16
不及格	及格	30
不及格	不及格	20

備註：卡方自由度 1 的分布，其第 97.5 百分位數(percentile)為 5.02，第 95 百分位數為 3.84

5. (共 30 分) 有一假說檢定的虛無假說為 $H_0: \mu = 0$ ，其對應的對立假說為 $H_1: \mu \neq 0$，此檢定的顯著水準(level of significance) $\alpha = 0.05$ ，檢定力(power) $1-\beta = 0.8$ 。 若 $\Pr(H_0) = p$ 且 $\Pr(H_1) = 1-p$。

(1) 計算在拒絕 H_0 的情況下，H_1 為真的機率。 (5 分)

(2) 計算此檢定得到正確結果之機率。 (5 分)

(3) 分別計算出(1)與(2)的最大數值，以及其對應之 p 值。解釋或評論此結果。 (5 分)

(4) 當同時檢定 n 組假說檢定: $H_{0i}: \mu_i = 0$ 對應於 $H_{1i}: \mu_i \neq 0$ ，$i = 1,\ldots,n$ 時，假如每一組檢定的顯著水準(level of significance)均等相等(即 $\alpha_i = \alpha$) 且檢定力(power)均相等(即 $1-\beta_i = 1-\beta$)，以及 $\Pr(H_{0i}) = p$ 且 $\Pr(H_{1i}) = 1-p$ 。

(4-1) 若此 n 組假說檢定為彼此獨立時，計算同時進行 n 組假說檢定中至少有一組檢定發生型 I 錯誤(type I error)的機率。又，此機率之數值是否大於每一組檢定的顯著水準 α？ (5 分)

(4-2) 此 n 組假說檢定並不獨立時，要如何決定每一組檢定的顯著水準 α 的數值，使得同時進行 n 組假說檢定中至少有一組檢定發生型 I 錯誤的機率不超過 0.05? 簡述理由。 (5 分)

(4-3) 計算此 n 組假說檢定中會得到正確結果的平均檢定數目。計算此數值是否需要此 n 組假說檢定為彼此獨立的條件? 簡述理由。(5 分)

試題隨卷繳回