

※ 注意：全部題目均請作答於試卷內之「非選擇題作答區」，請標明題號依序作答。

一、 填充題 (共 20 分，每格 5 分)

1. 設 A 為一方陣，且 A^{-1} 存在。若 $A^2 - 5A + 3I = 0$ ，則 $A^{-1} = (\text{①})$

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 7 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ，請問 A 的秩等於 (②)，此線性方程組 $AX = \begin{bmatrix} 10 \\ 15 \\ 85 \end{bmatrix}$ 是唯

解?無解?還是無限多解? (③)

3. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} = (\text{④})$

二、 計算題 (共 80 分，每題 10 分)：務必清楚表示求解過程

1. 令 $A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 8 \\ 0 & 5 & 7 \end{bmatrix}$ ，請找出兩個矩陣 P_1, P_2 ，分別乘在 A 的左右，即 $P_1 A P_2$ ，使得 A 重新排列

成一個下三角矩陣。

2. 請使用克萊姆法則解下列線性方程組中 y 的解。

$$ax + by + cz = 1$$

$$dx + ey + fz = 0$$

$$gx + hy + iz = 0$$

3. $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，求 A 之特徵值與特徵向量。

4. 試解 $y'' + 3y' + 2y = 5e^{-4t}$ 。

5. 試解 $(e^{x+y} - y)dx + (xe^{x+y} + 1)dy = 0$ ， $y(1) = 0$ 。

6. 試解 $y'' + 10y' + 25y = 100e^x - 50e^{-5x}$ 。

7. 試解 $\begin{cases} y_1' = 16y_1 - 2y_2 \\ y_2' = 2y_1 + 20y_2 \end{cases}$ 。

8. 試解 $y'' + 4y' + 4y = 3\cos t - 4\sin t$ 。