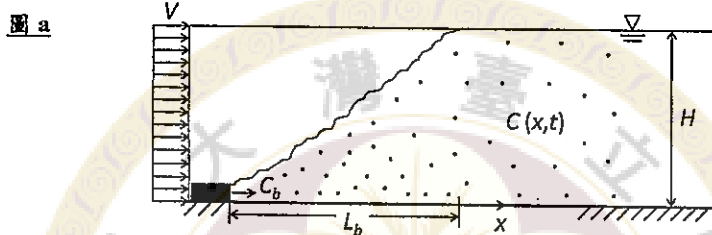


1. 河床上有一污水管排出濃度 C_b 之污染物(如圖 a 所示), 經過一段距離 L_b 之後污染物均勻擴散至整個水深 H , 其下游污染物濃度 $C(x, t)$ 之時空變化可簡化以一維對流-擴散方程式(Convection-Diffusion Equation)描述如下:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - V \frac{\partial C}{\partial x}$$

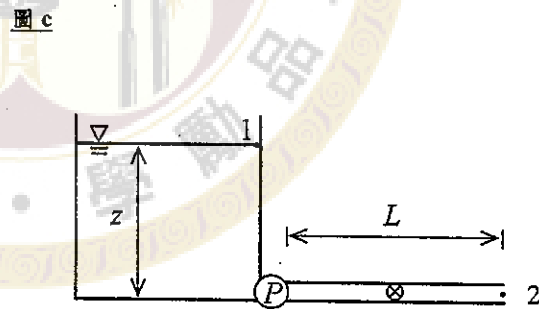
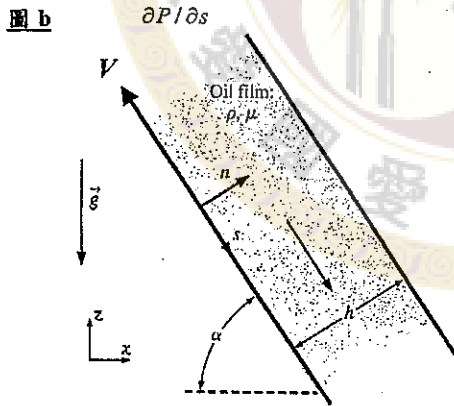
式中 C = 污染物濃度 [M/L^3], D = 污染物擴散係數 [L^2/T], V = 斷面平均流速, 回答下列問題: (25%)

- (a) 試以 C_b 、 H 、 V 為特性濃度、長度、速度, 將對流-擴散方程式無因次化, 並標示式中之無因次參數及名稱。
 (b) 已知穩態之污染物濃度 C 與污水管排出濃度 C_b 、污染物擴散係數 D 、流速 V 、位置 x 及水深 H 有關連, 試利用白金漢 π 定理推導列出污染物穩態濃度 C 與污染物對流擴散特性及位置之關係式。
 (c) 承(b)小題, 河川污染物傳輸之物理模型實驗須遵守何種動力相似性及何種幾何相似性?



2. 兩傾斜平板與水平夾角為 α (如圖 b 所示), 兩平板間充滿厚度 h 之油液, 左側平板以定速 V 往上拉動, 右側平板固定不動, 並在沿平板 s 方向額外施加壓力梯度 $\partial P / \partial s$, 回答下列問題: (25%)

- (a) 試利用連續方程式、Navier-Stokes 方程式及邊界條件, 推導油液中壓力分布與流速分布, 並繪出其流速剖面。請使用 (s, y, n) 座標, y 為垂直試題紙面方向, 流速分量分別為 (u_s, v, u_n) , 須先列出所有假設條件。
 (b) 已知 $\alpha = 65^\circ$, $h = 4 \text{ mm}$, 油液密度 $\rho = 750 \text{ kg/m}^3$ 、運動黏滯係數 $\nu = 0.001 \text{ m}^2/\text{s}$, 平板速度 $V = 0.5 \text{ cm/s}$, 若欲使油液不向下滑落, 則壓力梯度 $\partial P / \partial s$ 至少須為若干 Pa/m?



3. 直徑 25 m 之水箱, 瞬時水深為 z (如圖 c 所示), 水箱底部連接直徑 D 之排水管, 其長度 = L 、管摩擦係數 = f , 排水管入口裝置抽水機, 提供水頭 E_p , 排水管中間有一閘門全開時水頭損失係數 = k_v , 回答下列問題: (25%)

- (a) 試利用能量方程式推求管流瞬時速度 $V_2 = ?$
 (b) 已知管長 $L = 10 \text{ m}$, 管徑 $D = 20 \text{ cm}$, 管摩擦係數 $f = 0.02$, 閘門損失係數 $k_v = 0.5$, 水箱之初始水深 $z_0 = 15 \text{ m}$, 若欲使水箱經 10 小時後排乾, 則抽水機須提供水頭 E_p 若干 m?
 (c) 試繪出位置 1 至位置 2 之間的 EL 與 HGL。

4. 二維勢流之 y 方向流速 $v = x - y$ (m/s), 且通過 $(x, y) = (1, 1)$ 之流線函數值 $\psi = 1$ (m^2/s), 回答下列問題: (25%)

- (a) 試根據勢流理論, 推求此流場之流線函數 $\psi = ?$
 (b) 試推求繪出 $\psi = -3$ (m^2/s) 之所有流線及其流向。
 (c) 試推求計算通過 ABC 平面之流量為若干 m^3/s ? $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 1, 0)$, $C = (1, 1, 2)$, 座標單位均為 m。