

1. 本題比較三種常見的區集設計「隨機完全區集設計」(Randomized complete block design, RCBD)、「均衡不完全區集設計」(Balanced incomplete block design, BIBD)與「拉丁方設計」(Latin square design, LSD)：
- (1) 簡述並比較 RCBD, BIBD, LSD 的隨機化方式。(12分)
 - (2) 寫出並比較 RCBD, BIBD, LSD 各自的處理效應模式 (treatment effects model)。(9分)
 - (3) 分別寫出 RCBD, BIBD, LSD 變方分析表的變異來源 (source of variation, SOV), 與自由度 (degrees of freedom, DF) 兩欄位。(14分)

2. 名詞解釋：(各5分)
- (1) 隨機化 (randomization)
 - (2) 相對效率 (relative efficiency)
 - (3) 直交對比 (orthogonal contrast)

3. 黃老師欲瞭解 A、B、C 三種栽培方式的效果是否一致，他對三種栽培方式所栽種的作物各隨機抽取 6 個試驗單位，並測量其產量(假設為常態分布)，結果如下：

| 栽培方式 | 樣本數 (n) | 樣本平均 (\bar{x}) | 樣本變方(s^2) |
|------|------------|-----------------------|---------------|
| A | 6 | 22.5 | 3.2 |
| B | 6 | 19.1 | 3.0 |
| C | 6 | 18.4 | 2.8 |

- (1) 假設三種栽培方式所栽種的作物的產量之族群變方相等 ($\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma_C^2$)，請在顯著水準 0.05 之下，用 F 檢定 $H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C$ 。(10分)
 - (2) 進一步請在 0.05 的顯著水準下，以最小顯著差異測驗法(LSD)，來比較兩兩品種的平均差異。(5分)
 - (3) LSD 屬於較不保守的方法，可用 Bonferroni 方法，得到矯正後的臨界值 $t_{0.05/6, 15} = 2.694$ ，請依此臨界值，再執行兩兩品種的平均差異比較。(5分)
 - (4) 請闡述所謂“較不保守的方法”之意義。(5分)
- 註： $F_{0.05, 2, 15} = 3.682$; $F_{0.05, 3, 15} = 3.287$; $t_{0.025, 15} = 2.131$; $t_{0.05, 15} = 1.753$ 。
4. 某固定型 (fixed effects) 因子包含 3 個處理 (變級)，今在完全隨機設計 (CRD) 下，執行每處理皆 2 重複的試驗。此試驗的 ANOVA 模型如下：

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}, \quad i = 1, 2, 3; \quad j = 1, 2.$$

試驗資料： $y_{11} = 22, y_{12} = 20, y_{21} = 15, y_{22} = 12, y_{31} = 10, y_{32} = 9$ 。

- (1) 使用最小平方方法 (LSE) 估計參數 $\mu, \tau_1, \tau_2, \tau_3$ ，請寫出此組資料的正規方程式(normal equations)。(10分)
- (2) 由正規方程式得知，參數 $\mu, \tau_1, \tau_2, \tau_3$ 的最小平方估值有無限多組解，因此需要加入一個限制條件來求解。首先，請在限制條件 $\hat{\tau}_1 + \hat{\tau}_2 + \hat{\tau}_3 = 0$ 下，求 $\tau_1, \tau_1 - \tau_3, \tau_1 - 2\tau_2 + \tau_3$ 的估值。(5分)
- (3) 請在另一個限制條件 $\hat{\tau}_3 = 0$ 下，求 $\tau_1, \tau_1 - \tau_3, \tau_1 - 2\tau_2 + \tau_3$ 的估值。(5分)
- (4) 由(2)和(3)的結果，請判定 $\tau_1, \tau_1 - \tau_3, \tau_1 - 2\tau_2 + \tau_3$ 三個函數，那兩個函數的估值不會隨著限制條件改變而改變。(5分)