

※ 注意：請於試卷上依序作答，並應註明作答之部份及其題號。

一、(共 45 分)

如果某個臨床試驗針對新治療方法進行治療 80 位病人，結果發現 33 位病人痊癒，  
假設痊癒機率以  $p$  表示。

請回答以下各題：

第一部份 ((1)~(5) 小題，共 15 分)

(1) 如果使用二項分佈來描述此樣本資料，寫出須估計之參數 (Parameter) \_\_\_\_\_

(2) 針對上述二項分佈，寫出其對數 (ln，以  $e$  為底) 之概似函數 (log likelihood function)，以  $S(p)$  表示，

$S(p) =$  \_\_\_\_\_

(3) 上述  $S(p)$  之一次導函數， $\frac{dS}{dp} =$  \_\_\_\_\_

(4) 以上述(3) 之  $\frac{dS}{dp}$ ，求  $p$  之極大值 ( $\hat{p}$ ) = \_\_\_\_\_

(5) 若定義 Information 為上述  $S(p)$  二次導函數之負值  $(-\frac{d^2S}{dp^2})$ ，Information 應寫為 \_\_\_\_\_

第二部份 ((6)~(10) 小題，共 20 分)

(6) 在  $n=80$  下，以  $n$  及極大值 ( $\hat{p}$ ) 寫出上式(5) 之 observed information = \_\_\_\_\_

(7) 若令  $\frac{dS}{dp} = T(p)$ ，以泰勒式理論 (Taylor's Theorem) 表示起始估計值  $p^{(1)}$  下，

$T(\hat{p})$  之泰勒展開式至線性階 (first order) (忽略 2 階以上表示式)

$T(\hat{p}) =$  \_\_\_\_\_

以此進行疊代 (iteration) 產生第一次估計值 (起始估計值) 與第二次估計值之關係如下，

$$p^{(2)} = p^{(1)} - B(\text{修正因子})$$

上述修正因子  $B$  以  $\frac{dS}{dp}$  及 Information  $(-\frac{d^2S}{dp^2})$  可表示為 \_\_\_\_\_

(8) 若在  $p=0.5$  之下，求上述題(3) 之  $\frac{dS}{dp} =$  \_\_\_\_\_

(9) 以上述 80 位病人中有 33 位治癒之資料，在  $p^{(1)} = 0.5$  之下，求修正因子

$B =$  \_\_\_\_\_

(10) 利用 (7) - (9) 求  $p^{(2)} =$  \_\_\_\_\_

見背面

一、(接續)

第三部份 ((11)~(14)小題，共 10 分)

(11) 假使在過去先前研究發現治療治癒率為 0.5，其標準差為 0.167，若使用貝他連續分佈(Beta Distribution)來描述，以 Beta(a,b)表示，則  $a=$  \_\_\_\_\_，

$b=$  \_\_\_\_\_

(計算 a 及 b 值時採四捨五入成為整數)

(Beta 分佈：期望值  $= \frac{a}{(a+b)}$ ，變異數  $= \frac{ab}{(a+b+1)(a+b)^2}$ )

(12) 若將上述二項分佈資料(80位病人中有 33 位痊癒)與題(11)之先前研究合併，可以得到新的 Beta 分佈，以 Beta(a',b')表示，則  $a'=$  \_\_\_\_\_，

$b'=$  \_\_\_\_\_

(13) 根據 Beta(a',b')分佈，其痊癒機率(p)之估計值  $=$  \_\_\_\_\_

(14) 利用上述題(13)之訊息及 p 估計值漸近分佈(Asymptotic distribution)之特性，計算包含痊癒機率 p 及其 2.5%與 97.5%之範圍為 \_\_\_\_\_

二、(共 25 分)

在一個高科技電子公司，三個研發組 (A, B, C) 的員工被個別邀請參加一個有獎競賽，提出對一個技術問題的最佳解決方案。A 組有 2 名員工，B 有 3 名和 C 有 4 名員工。假設所有的員工都是自主決定是否參加。A, B 和 C 組的員工參加這一個有獎競賽各自的概率分別為  $1/2$ ， $1/4$  和  $1/5$ 。

請回答以下各題：

- (1) 分開計算各組的 (a) 沒有人參加；(b) 有一個人參加的可能性。(12 分)
- (2) 利用(1) 計算如果有一個人參加競賽，他是來自 A 組的概率是多少？(8 分)
- (3) 計算剛好每組都有一個人參加競賽的概率。(5 分)

[所有答案請四捨五入到小數點以下第二位。]

接次頁

## 三、(共 30 分)

在簡單線性迴歸模式(simple linear regression model):  $Y = a + bX + \varepsilon$  中, 其中  $Y$  為反應變項,  $X$  為解釋變項,  $\varepsilon$  為彼此獨立且服從常態分布的誤差項。

請回答以下各小題:

- (1) 請舉出一個可以估計迴歸係數  $a$  與  $b$  的方法, 並說明該方法的統計要義。(5 分)
- (2) 承(1)小題, 請以您所提出的方法推導出迴歸係數  $a$  與  $b$  的估計式。(10 分)
- (3) 請說明何謂皮爾森相關係數(Pearson's correlation coefficient)? 並推導出其與迴歸係數  $b$  估計式之間的關係。(7 分)
- (4) 請說明何謂判定係數( $R^2$ , coefficient of determination)? 並推導出其與皮爾森相關係數(Pearson's correlation coefficient)及迴歸係數  $b$  估計式之間的關係。(8 分)

試題隨卷繳回