

1. 解下列微分方程式：【計分：15分】

$$y'' - 2y' + y = x^{3/2} e^x$$

2. 解下列微分方程式：【計分：10分】

$$y''' - y'' - 4y' + 4y = 6e^{-x}, \quad y(0)=2, \quad y'(0)=3, \quad y''(0)=-1$$

3. 求出 Integrating Factor，並解下列微分方程式：【計分：15分】

$$2dx - e^{y-x} dy = 0$$

4. 本題限用 Laplace Transformation 求解下列微分方程式：【計分：10分】

$$y'' + y' + 1.25y = 0, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=-0.5$$

5. (1) 證明 $\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_A^B (2xy^2z + \cos y)dx + (2x^2yz - x \sin y + \sin z)dy + (x^2y^2 + y \cos z)dz$ 與積分路徑無關。【計分：5分】

- (2) 試求一純量函數 $\phi(x, y, z)$ ，使得其梯度為向量函數 \mathbf{F} ，亦即 $\nabla\phi(x, y, z) = \mathbf{F}$ 。【計分：8分】

- (3) 若 $A=(1, 0, 0)$ 且 $B=(2, \pi, \pi/2)$ 時，試求 $\int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = ?$ 【計分：2分】

6. 參考右圖 1 所示的無限長金屬板，假設當 $x \rightarrow \infty$ 時，金屬板的溫度仍為有界的(Bounded)。

- (1) 試寫出可描述此金屬板內區域之穩態溫度分布函數 $u(x, t)$ 的偏微分方程式及其邊界條件。【計分：5分】

- (2) 試求出此金屬板內區域的穩態溫度分布函數 $u(x, t) = ?$ 【計分：15分】

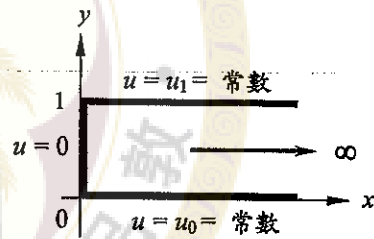


圖 1

7. 已知週期函數 $f(t)$ 在某一週期內的定義為

$$f(t) = 1+t, \quad -1 < t < 1$$

- (1) 試求週期函數 $f(t)$ 的傅立葉級數(Fourier series)。【計分：8分】

- (2) 利用 $f(t)$ 的傅立葉級數求出下列級數之和：【計分：4分】

$$1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

- (3) 假設 F 代表由 $f(t)$ 之傅立葉級數定義於區間 $(-\infty, \infty)$ 的函數，試求 $F(1) + F(-5) - 3F(0) = ?$ 【計分：3分】

試題隨卷繳回