

魔戒前傳 — 哈比人:意外旅程 (THE HOBBIT: AN UNEXPECTED JOURNEY)



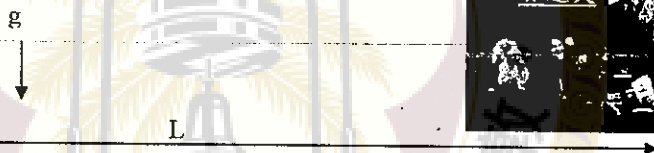
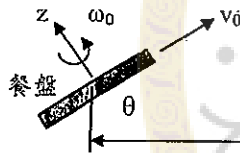
比爾博·巴金斯

索林橡木盾和十二矮人

甘道夫

巫師甘道夫找到毫無經驗的哈比人—比爾博·巴金斯，踏入一趟史詩般的追尋，拯救失落的孤山矮人王國伊魯伯。歡迎你也一同參與，幫助哈比人解決意外旅程中的難題.....

1. (10%) 令比爾博頭痛的十三矮人在比爾博家中高興的吃完晚餐後，以互擲碗盤方式收拾餐具，矮人龐伯將手中質量為 m 的餐盤拋出，餐盤沿中心軸 z 的質量慣性矩 (mass moment of inertia) 為 I_z ，餐盤離手時與水平線間的夾角為 θ ，餐盤沿中心軸 z 的旋轉速度為 ω_0 ，請問餐盤離手時速度 v_0 應為多少，才能被水平距離 L 外的甘道夫接到？



2. (20%) 大夥身陷半獸人洞穴，在激烈的格鬥中，矮人菲力自長 L 的繩索一端由水平位置盪下 (如圖 A)，在盪至最低點時，突然有一個橫木由左水平向右以 V 的速度碰撞繩索，碰撞後就與繩索緊扣在碰撞的位置，繼續保持水平姿態與繩索另一端的菲力一起運動 (如圖 B 與 C)。假設橫木與菲力的質量均為 M ，繩索質量不計，碰撞位置距繩索上端為 $2L/3$ 。
 - (a) (5%) 計算碰撞前菲力的速度
 - (b) (5%) 計算碰撞後瞬間菲力的角速度
 - (c) (10%) 推導出碰撞後系統的運動方程式

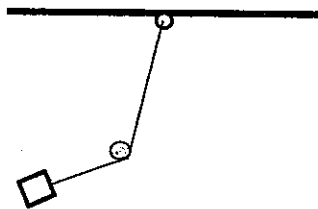


圖 C：後續可能的運動姿態

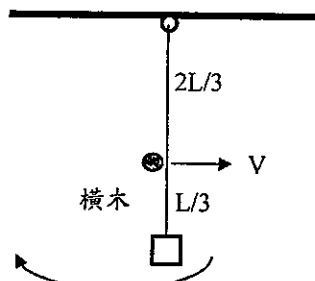


圖 B：碰撞姿態

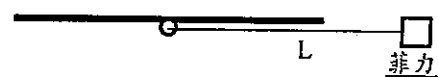
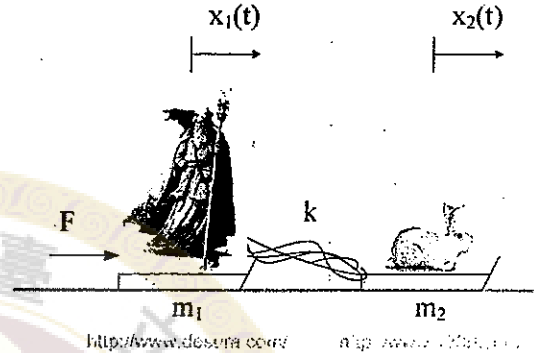


圖 A：初始姿態

見背面

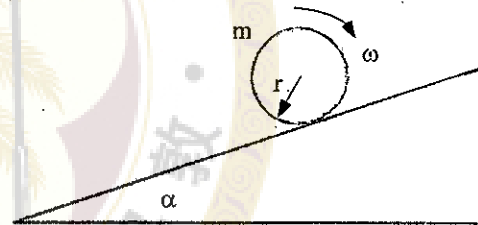
3. (20%) 某日巫師瑞達加斯決定帶著小兔在幽暗森林中漫遊，假設巫師和下方木橇的質量和為 m_1 ，兔子和下方木橇質量和為 m_2 ，兩者間有樹藤相連接著（可假想為無質量且彈性係數為 k 的彈簧），一開始系統狀態為靜止，並假設木橇和森林地表間沒有摩擦力。自時間 $t=0$ 開始，巫師瑞達加斯開始施展魔法，魔法產生外力定力 F 施加於巫師所在的木橇上。

- (a) (4%) 計算系統質心移動對時間的關係式
- (b) (8%) 計算巫師所在木橇移動對時間的關係式
- (c) (8%) 計算系統總能量對時間的關係式



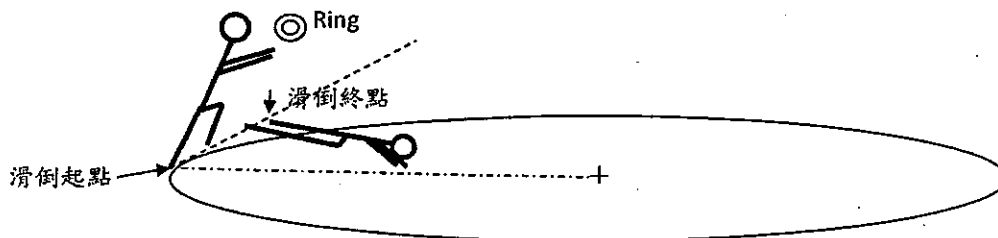
4. (30%) 話說咕嚕一不小心將魔戒滑出手中（均質質量為 m ，半徑為 r ），在某個瞬間 ($t=0$) 魔戒以角速度 ω 無線速度 v 的狀態下，掉落接觸到一個傾角為 α 的平坦邊坡上。假設魔戒和邊坡之間的動摩擦係數為 μ ，且 $\mu > \tan\alpha$ 。

- (a) (5%) 計算魔戒的質量慣性矩 (mass moment of inertia)
- (b) (5%) 計算魔戒由一開始接觸到邊坡到停止打滑，開始在邊坡上進行純滾動所需的時間
- (c) (5%) 計算魔戒在打滑階段的位移
- (d) (5%) 計算魔戒在純滾動階段的位移
- (e) (10%) 討論若 $\mu < \tan\alpha$ ，魔戒在邊坡上會表現出的運動方式



5. (20%) 魔戒滾落到邊坡底部一座地下湖泊的岸邊，比爾博為了接到飛落的魔戒，以 V 的速度沿著圓弧形路徑奔跑，身體傾斜向圓心，與水平面成 θ 角，因湖岸岩石面太滑，沿半徑方向的摩擦力太小而不慎滑倒，滑倒後比爾博的身體橫躺在地。

- (a) (10%) 請以合理的簡化模型定義簡化模型座標、參數、與假設條件，並描述滑倒過程的運動狀態。
- (b) (10%) 接續 (a)，寫出比爾博“開始滑倒”到“滑倒在地”之間的運動方程式。



試題隨卷繳回