

1. 假定某一方程組可以線性代數表示為  $Ax=b$ ，其中  $A$  為維度  $m \times n$  之係數矩陣， $x$  為維度  $n \times 1$  之未知數向量， $b$  為維度  $m \times 1$  之常數向量，請探討此方程組之解算條件（分別針對唯一解、無解以及無限多解等狀況進行說明）。(15%)

2. 已知矩陣  $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$  :

(1) 計算矩陣  $A$  之所有特徵值。(15%)

(2) 計算行列式值  $|A^{10}|$  以及  $|A^{-10}|$ 。(10%)

3. 請分別計算下列矩陣的秩 (rank)，並依此判定該矩陣可逆與否。(20%)

(1)  $N = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 15 \\ 8 & 12 & 20 \\ 5 & 20 & 7 \end{bmatrix}$  (2)  $N = \begin{bmatrix} 2 & 9.5 & 15 \\ 8 & 18 & 20 \\ 15 & 8.5 & 7 \end{bmatrix}$  (3)  $N = \begin{bmatrix} 2 & 9.5 & 15 \\ 8 & 18 & 20 \end{bmatrix}$  (4)  $N = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 0 \\ 8 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 35 \end{bmatrix}$

4. 給定空間中三點之座標向量分別為  $\{x_1 \ y_1 \ z_1\}$ 、 $\{x_2 \ y_2 \ z_2\}$  以及  $\{x_3 \ y_3 \ z_3\}$ ，請以代數分別表示：

(1) 通過此三點之平面方程式  $P$ 。(5%)

(2) 任一點  $\{x_c \ y_c \ z_c\}$  至此平面之投影點座標值以及投影距離。(15%)

5.

某一二維(誤差)橢圓可以方程式  $16x^2 + 9y^2 - 8xy = 1$  表示，請計算此橢圓之主軸方向向量以及其長度。(20%)

試題隨卷繳回