

注意：

- A) 本試題共 6 大題, 合計 100 分。
- B) 請依題號依序作答。
- C) 請詳述理由或計算推導過程, 否則不予計分。

1 (20 分) 在新古典總體一般均衡模型中, 欲考慮失業問題時, 可採用所謂的尋職模型 (*job search model*)。模型中, 一個失業勞工在求職後, 於每一期期末隨機得到一份工資水準為 W_t 的終身聘任工作,

$$W_t \sim i.i.d. \text{ Uniform}[0, B], \quad B < \infty.$$

失業勞工可決定接受此工作並從此爾後賺取工資 W_t , 或是拒絕此工作。

- A) 若 $(W_1, W_2) \sim i.i.d. \text{ Uniform}[0, B]$, 並令 $Y = \max(W_1, W_2)$, 試求 $E(Y)$ 。
- B) 令該失業勞工的保留工資 (*reservation wage*) 為 \bar{w} , 試求該勞工拒絕此工作的機率 θ 。
- C) 令 N 代表該失業勞工的失業期數, $N = 1, 2, \dots$ 。寫出 N 的機率質量函數 (*probability mass function*), $f(n)$ 。
- D) 試求該失業勞工的平均失業期數 $E(N)$ 。

2 (15 分) 給定代表性個人的效用函數為：

$$u(X) = -e^{-rX}.$$

其中 $r > 0$ 為已知常數, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。

- A) 試求期望效用 $E(u(X))$ 。
- B) 驗證 $u(E(X)) > E(u(X))$, 並說明此不等式成立之原因。
- C) 給定隨機樣本 $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, 試求 $E(u(X))$ 的最大概似估計式。

3 (15 分) 給定信心水準為 95%, 我們欲建立母體參數 θ 的信賴區間 (*confidence interval*), 此處我們定義信賴區間為區間估計值 (*interval estimate*), 而非區間估計式 (*interval estimator*)。假設我們經過多次抽樣, 得到 100 個信賴區間。

- A) 任一信賴區間涵蓋母體參數 θ 的機率為多少?
- B) 令 Y 代表這 100 個信賴區間中, 確實涵蓋母體參數 θ 的信賴區間個數, 請問 Y 為常數還是隨機變數? 若 Y 為常數, $Y = c$, 則 $E(Y) = E(c) = c$, 請計算 c 值。若 Y 為隨機變數, 請計算 $E(Y) = ?$
- C) 說明 $E(Y)$ 的意義。
- D) 若我們限於預算, 只能抽樣一次, 得到信賴區間為 $[0.01, 0.15]$,

見背面

(a) 在 5% 的顯著水準下檢定 $H_0: \theta = 0$ vs. $H_1: \theta \neq 0$ 。

(b) 在 1% 的顯著水準下檢定 $H_0: \theta = 0$ vs. $H_1: \theta \neq 0$ 。

4 (15分) 是非不定題。請判斷以下命題是否正確或者為不確定，並清楚說明理由。

A) 根據主計處出版之「人力資源調查統計月報」，2008 年 12 月的失業人口共有 54.9 萬，其中教育程度為高中職者有 20.2 萬人，大專以上教育程度則有 21.9 萬人，因此大專生的失業問題較為嚴重。

B) 迴歸分析中，迴歸係數的 t 值超過 2 時，表示解釋變數對被解釋變數的影響很大。

C) 線性迴歸模型中，解釋變數的變異性 (variation) 越低，迴歸係數的估計越精確。

5 (15分) 給定線性迴歸模型

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i$$

$$E(u_i | X_i) = 0$$

其中 $\{X_i, Y_i\}_{i=1}^n$ 為隨機樣本。由於操作上的錯誤，研究者在估計時並未放入常數項 (constant term)， $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 X_i$ ，此時：

A) 最小平方估計式 (least-squares estimators) $\hat{\beta}_1$ 為何？

B) $\hat{\beta}_1$ 是否為 β_1 的不偏 (unbiased) 估計式？

C) $\hat{\beta}_1$ 是否具一致性 (consistency)？

6 (20分) 給定線性迴歸模型

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 Z_i + u_i$$

$$E(u_i | X_i) = 0, \quad \text{Cov}(X_i, Z_i) \neq 0$$

由於 Z_i 是一不易觀察到的變數，因此研究者只能退而求其次針對以下模型進行迴歸分析：

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i$$

請回答以下問題。

A) 寫出最小平方估計式 $\hat{\beta}_1$ ，並證明 $\hat{\beta}_1 \xrightarrow{P} \frac{\text{Cov}(X_i, Y_i)}{\text{Var}(X_i)}$ 。

B) 試求 $\frac{\text{Cov}(X_i, Y_i)}{\text{Var}(X_i)} = ?$

C) $\hat{\beta}_1$ 是否為 β_1 的一致估計式？為什麼？

D) 假設 Y_i 為 $\log(\text{薪資})$ ， X_i 為教育年數， Z_i 為不易衡量的先天能力，以 Y_i 對 X_i 做迴歸分析得到係數估計值為 $\hat{\beta}_1 = 0.08$ ，請說明此一係數估計值的意義。

試題隨卷繳回