1. (a) 牛頓黏滯性實驗，兩水平板間距$h$，中間充滿黏滯係數$\mu$之流體，今上板開始以定速$U$往右拉動，兩板間形成瞬時流速剖面，如圖 a 所示(圖中$k$為常數)，試判斷此流速剖面應為 A 曲線或 B 曲線？並說明原因。
   (b) 承題(a)，已知$h = 6$ mm，$\mu = 0.85$ Pa·s，$U = 3$ m/s，試計算此時兩板間之剪應力分布，並繪出其剖面。
   (c) 經長時間後，兩板間形成穩定流速剖面，表示流體 XX 已傳遞完成，故 YY 達到定值。XX 與 YY 分別為何？
   (d) 承題(c)，試計算並繪出此時之流速剖面與剪應力剖面。 **(20%)**

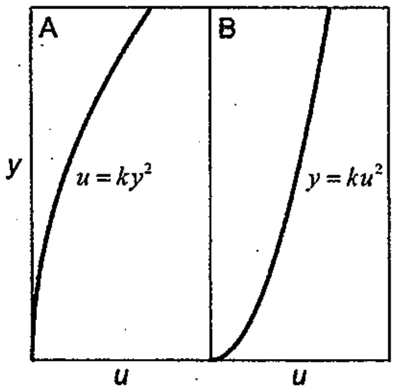


圖 a

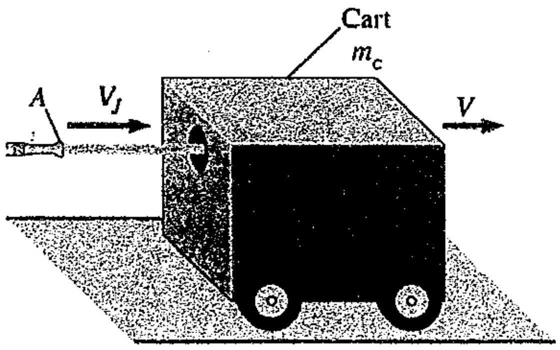


圖 b

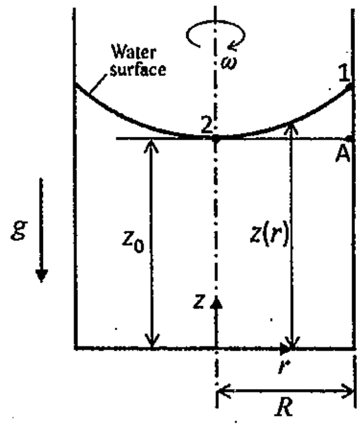


圖 c

2. 水平射流以定速$V_J$射向水車(圖 b)，射流從車體後方圓孔進入後蓄積於水箱內，成為水車系統質量之一部分。水車內原本無水、靜止於光滑平地，承受射流撞擊後開始加速，歷時$t$之後車速變為$V$，已知車體本身質量$m_c$，射流截面積$A$，水密度$\rho$。請按下列步驟，逐一回答各問題： **(25%)**
   (a) 以 RTT 形式連續方程式表示水箱內水質量$m_w$之蓄積速率，並以積分式表示水箱內水質量$m_w$為何？
   (b) 取水車為移動控制體積，以 RTT 形式動量方程式表示車體之水平受力。須繪控制體積並標示各速度及受力。
   (c) 利用(a)、(b)小題之答案，積分表示車速$V$與時間$t$之關係式。(無需完成積分)

3. (a) 不可壓縮流體之連續方程式(CE)與 Navier-Stokes 方程式(N-S)，其圓柱座標形式可表示如下：

$$\text{CE: } \frac{1}{r}\frac{\partial(ru_r)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial u_z}{\partial z}=0$$

$$\text{N-S } (r\text{-dir}):\ \rho\left(\frac{\partial u_r}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_r}{\partial r}+\frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}-\frac{u_\theta^2}{r}+u_z\frac{\partial u_r}{\partial z}\right)=-\frac{\partial P}{\partial r}+\rho g_r+\mu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(ru_r)}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2}\right]$$

$$\text{N-S } (\theta\text{-dir}):\ \rho\left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_\theta}{\partial r}+\frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}+\frac{u_r u_\theta}{r}+u_z\frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right)=-\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial \theta}+\rho g_\theta+\mu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(ru_\theta)}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2}+\frac{2}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial \theta}+\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2}\right]$$

$$\text{N-S } (z\text{-dir}):\ \rho\left(\frac{\partial u_z}{\partial t}+u_r\frac{\partial u_z}{\partial r}+\frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}\right)=-\frac{\partial P}{\partial z}+\rho g_z+\mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right]$$

式中$(u_r, u_\theta, u_z)$與$(g_r, g_\theta, g_z)$為$(r,\theta,z)$方向之流速與重力加速度分量；$(r,\theta)$為水平面上圓柱半徑與方位角，$z$為垂直高度。已知強制渦流是圓桶以角速度$\omega$繞圓心軸旋轉，帶動桶內水旋轉而形成(圖 c)，圓桶半徑$R$，圓心之水面高度為$z_0$，任一半徑$r$處之水面高度為$z(r)$，試利用 CE、N-S 及邊界條件，推求強制渦流之流速分布、靜壓分布、及水面線方程式。須先列出所有假設條件。
   (b) 桶緣有一點 A，其高度$z_0$，在水面上取兩點，點 1 位於桶緣、點 2 位於圓心，從點 1 出發、或從點 2 出發，均可求得點 A 之靜壓$P_A$，試分別以這兩種方式推求$P_A$，證明流體靜壓之等向性。 **(25%)**

4. 有一水平矩形渠，下射式閘門上游斷面 1 之水深為$y_1$，水流通過閘門後，斷面 2 之水深$y_2$，在斷面 2 旋即發生水躍後，斷面 3 水深$y_3$為 3 m、流速$V_3$為 4 m/s，其下游斷面 4 局部底床障礙物高度$\Delta z$，使斷面 4 發生臨界流，其水深$y_4$、且上游水位無壅高，水流經過障礙物後，其下游斷面 5 之水深為$y_5$。回答下列問題： **(30%)**
   (a) 試求水深$y_1$、$y_2$、$y_4$、$y_5$分別為若干 m？ (b) 障礙物高度$\Delta z$為若干 m？ (c) 單位寬度之閘門受力為若干 N/m？
   (d) 水躍之水頭損失$h_L$為若干 m？ (e) 試繪出斷面 1 至斷面 5 之水面線變化，須標示各斷面水位。
   (f) 今若將障礙物高度$\Delta z$突增為 0.5 m，則斷面 4 之單寬流量將變為$q_4'$，試求$q_4'$為若干 m²/s？