

1. 請找出下列幾個矩陣的特徵值(eigenvalues)跟特徵向量(eigenvector)： $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ， $A^2$ ， $A^{-1}$ ，跟  $A - 4I$ 。其中  $I$  是單位矩陣 (10 分)

2. 請找出下列這個矩陣  $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$  的特徵值(eigenvalues)跟特徵向量(eigenvectors)： (10 分)。

3. 承上題 2，求矩陣  $A$  的反矩陣。(5 分)

4. 求極限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ ， $e$  是自然對數的底數。(5 分)

5. 求極限  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x))^{1/x^2}$ 。(5 分)

6. 求積分  $\int x^2 \ln(x) dx$ 。(5 分)

7. 求積分  $\int e^x \cos(x) dx$ ， $e$  是自然對數的底數。(5 分)

8. 求積分  $\int \sin^5(x) \cos(x) dx$ 。(5 分)

9. 請畫出下列四條線包圍之圖形 (5 分)，並計算其面積 (5 分)。  
 $y = x^2, y = 0, x = 3, x + y = 2$

10. 請計算下列積分之數值 (5 分)。

$$\int_1^5 [2\sqrt{x-1}] dx$$

11. 請計算下列積分 (5 分)。

$$\int (\sin^2 x \cdot \cos x - 3 \sin x \cdot \cos^2 x) dx$$

12. 下列式子在  $x = 0$  情況下，請計算  $\frac{dy}{dx}$  (5 分)。

$$y = \frac{2u}{1-4u}, \quad u = (5x^2 + 1)^4$$

13. 請提出理由說明下列式子正確或錯誤 (5 分)。

$$\text{span}\{x, y, z\} = \text{span}\{x + y + z, x + 2y + 2z, x - y + z, y + z\}$$

14. 請找出下列矩陣的特徵值(eigenvalue(s)) (5 分)，及特徵空間(eigenspace) (5 分)。

$$\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

見背面

題號： 306

國立臺灣大學 113 學年度碩士班招生考試試題

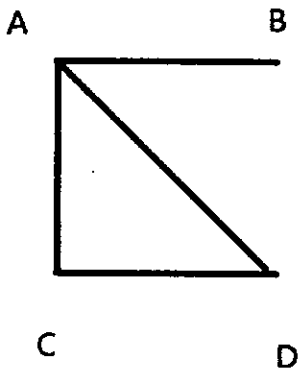
科目： 基礎數學

題號： 306

節次： 7

共 2 頁之第 2 頁

15. 一傳染病原於 A 鄉鎮大幅出現，其特色為經過一小時後，該病原會隨機的選擇停留在原本鄉鎮或轉往鄰近鄉鎮，請寫出鄉鎮間的轉移矩陣 (5 分)，若起始時 A 鄉鎮具有 6000 隻病原請問在經過極長時間後，各鄉鎮具有的病原數各是多少? (5 分)



試題隨卷繳回