

1. (15 分) 求以下函數之一階導函數：

(1)  $y = x^p e^{ax}$ ,  $p$  和  $a$  都是常數

(2)  $y = \sqrt{e^{2x} + x}$

(3)  $y = \frac{e^x}{x}$

2. (10 分) 令  $S(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ . 試證明  $S'(x) = S(x)(1-S(x))$

3. (10 分) 令  $f(\beta) = \min\{\|X\beta - y\|^2 + \alpha\|\beta\|^2\}$ ,  $X$  為  $n \times p$  之矩陣,  $y$  為  $n \times 1$  之向量, 求  $\beta$

4. (15 分) 令  $A_t = \begin{pmatrix} 1 & t & 0 \\ -2 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & t \end{pmatrix}$ ,

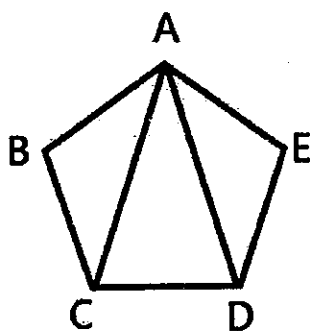
(1) (5 分) 試證明  $A_t$  的行列式(determinant)不為 0

(2) (10 分) 求  $t$  使  $A_t^3 = I^3$

5. (10 分) 已知五個鄉鎮的相鄰情形如下圖, 若存在 9500 隻可傳播傳染病的病原體在之間移動, 且其移動特性為每經過一小時後該病原體可完全隨機地留在原地或轉往其他鄉鎮。請問

(1) (5 分) 請寫出轉移矩陣。

(2) (5 分) 請問當經過非常長的時間後, 各鄉鎮具有病原體數量各是多少?



6. (5 分) 請問  $\text{span}\{u, v, w\} = \text{span}\{u-v+2w, 2u+v-w, 7u-v+4w\}$  是否正確, 請寫出原因?

7. (10 分) 若  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \\ 7 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ , 請問

(1) (5 分) 請寫出  $A$  的特徵值(eigenvalues)。

(2) (5 分) 請寫出  $A$  的特徵空間(eigenspace)。

8. (10 分) 若  $f'(x) = (2x^2 - 14x + 13)(x^2 - 12x + 35)$

(1) (5 分) 請寫出  $f(x)$ 。

(2) (5 分) 請寫出  $f(6)$ 。

9. (10 分) 請計算  $\int_{\pi}^{2\pi} (10 \sin x + 5 \cos x) dx$  之數值。

10. (5 分) 請手繪曲線圖形及寫出計算下列三條曲線包圍之面積的積分公式, 不需算出數字。

$$y = -\sqrt{x}, \quad y = x - 6, \quad y = -1$$