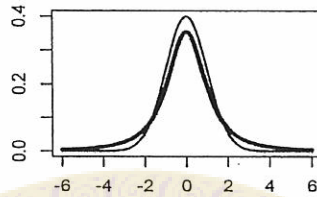
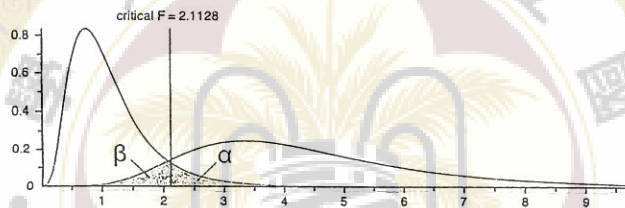


1. 何謂「統計數」(statistic)? 試舉例說明。【5分】
2. 何謂「大數法則」(weak) law of large numbers)? 試舉例說明。【5分】
3. 下圖兩曲線(一粗一細)為兩隨機變數(random variable)的機率密度函數(probability density function)。已知其中一為標準化常態分配(standardized normal distribution), 另一為自由度2的t分配。你能分辨出來嗎? 請說明理由。【5分】



4. 下圖為一F考驗示意圖, 圖中 α 及 β 代表各自分配中(深色)區域之機率。
 - a. 請根據此圖資訊分別寫出「檢定力」及犯「第一類型錯誤」的機率。【5分】
 - b. 有哪些因素會影響檢定力? 請從此圖出發, 分別敘述並輔以圖示說明。【10分】



5. 老王從平均值 μ 、標準差 $\sigma=12$ 的常態分配抽出36個(獨立)樣本, 並得其樣本平均數 $\bar{x}=6$ 。
 - a. 請計算此樣本平均數的95%信賴區間(confidence interval)。(註:四捨五入至小數點第二位)【8分】
 - b. "The number 0.95 is the probability that the particular interval (you wrote in a.) includes the parameter μ ." 你贊成此敘述嗎? 請陳述贊成或反對理由。【10分】
6. 今有兩隨機變數X與Y。已知其期望值(E)及變異數(Var)皆存在, 並令Cov(X,Y)為其共變數(covariance)。
 - a. 證明 $\text{Var}(X-Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y) - 2 \text{Cov}(X,Y)$ 。【10分】
 現考慮X與Y之Pearson相關係數(correlation coefficient)。
 - b. 請從共變數出發定義此相關係數。【5分】
 - c. 為何此係數介於-1和+1? 請從你所述定義著手說明之。
(Hint: $|E(VW)|^2 \leq E(V^2)E(W^2)$)【6分】
7. 假設有n對觀察值 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \dots, n$), 並令此n個 x_i (及 y_i)的平均值為 \bar{x} (及 \bar{y}), 標準差為 s_x (及 s_y)。現考慮此資料之「線性回歸模型」(linear regression model) $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, 其中 ε_i ($i=1, 2, \dots, n$)乃獨立且皆為平均值0、標準差 σ 的常態分配。
 - a. 請根據以上資訊描述何謂「最小平方法」(method of least squares)。【5分】
 - b. 用此最小平方法可推導出回歸線的截距(α)與斜率(β)估計式(estimator)。請寫出此二估計式。【6分】
 - c. 請問此推導其背後算則為何? 請敘述其大概步驟。(註:無須證明)【5分】
 - d. 事實上, 用所謂的「最大似法」(method of maximum likelihood)於此「線性回歸模型」亦可得出相同的截距與斜率估計式。理由何在?【5分】
8. In a one-way analysis of variance (ANOVA), why are we analyzing variance to test the equality of (several) means?【10分】