

答案請寫在答案卷上

(壹) 填充題：請標明題號及格號，並依序作答。共 14 格，每格 5 分，計 70 分。

(1) 所有通過  $(-2, -8)$ ，且與  $y = x^3$  相切的直線為 (1a) 與 (1b)。

(2) 函數  $y = \frac{\sqrt{x^6+3}-x^3-x^2}{x^2-x}$  之圖形的所有漸近線為 (2a)，(2b) 及 (2c)。

(3)  $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1+\cos^2 x} dx =$  (3)。

(4) 若瑕積分  $\int_{\sqrt{2}}^\infty (\frac{a}{\sqrt{x^2-1}} - \frac{x}{x^2+1}) dx$  收斂，則  $a =$  (4a)，且此時的積分值為 (4b)。

(5) 級數  $\sum_{n=3}^\infty [(\sqrt{2} - \sqrt[3]{2})(\sqrt{2} - \sqrt[4]{2}) \cdots (\sqrt{2} - \sqrt[n]{2})]$  是收斂或發散？  
答：(5)。

(6) 極座標平面上，兩曲線  $r^2 = 2 \cos \theta$  及  $r = 2 + 2 \cos \theta$  有三個交點，它們是原點及  $(r, \theta) =$  (6a) 或 (6b)。

(7) 若  $f(x, y) = e^{x^2+y}$ ，則  $\frac{\partial^{100} f}{\partial x^{50} \partial y^{50}}(0, 0) =$  (7a)， $\frac{\partial^{100} f}{\partial x^{40} \partial y^{60}}(0, 0) =$  (7b)。

(8) 令  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2\}$ ，則積分  $\int \int_D (x^2 \tan x + y^5 + 3) dA =$  (8)。

(貳) 計算題：必須有計算過程，才予以計分。共 3 題，每題 10 分，計 30 分。

(9) 求函數  $f(x, y) = e^{x^2 y}$  在圓盤  $x^2 + y^2 \leq 1$  上的極值。

(10) 一物體經過點  $(\frac{5}{2}, 4, -\frac{1}{4})$ ，且以  $-i - 3j + 5k$  之等速度往前行。它擊中曲面  $z = x^2 + y^2$  後反彈，假設入射角等於反射角，且反彈後速率不減。求反彈後的速度。

(11) 求線積分  $\int_C yz^2 dx + (xz^2 + ze^{yz}) dy + (2xyz + ye^{yz} + \frac{1}{1+z}) dz$ ，其中曲線  $C$  是  $\mathbf{r}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}, 0 \leq t \leq 1$ 。

試題隨卷繳回