

國立臺灣大學九十五學年度轉學生入學考試試題

題號：21

科目：微積分(B)

共 1 頁之第 全 頁

答案請寫在答案卷上，標明題號，依序作答。
答案要有計算過程，才予計分。

一. 填充題：共 10 格，每格 7 分，共計 70 分。

1. $g(x)$ 為連續函數， $G(x) = \int_0^x (t \int_1^t g(u) du) dt$ ，問 $G''(1) =$ _____。

2. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\tan x + 1} =$ _____。

3. 問 $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^n} dx$ 在 n 的範圍為 _____ 時收斂。此時這積分值 = _____。

4. 問使級數 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^n}{(n+1)(2x+1)^n}$ 絕對收斂的 x 的範圍為 _____ 或 _____。

5. $x^2 + y^2 = 4$ 和 $4x^2 + 4y^2 + z^2 = 64$ 共同部分的體積為 _____。

6. $\int_0^1 \int_{x^2}^1 x^3 \sin y^3 dy dx =$ _____。

7. $C: (x-2)^2 + y^2 = a^2$ ($a > 0, a \neq 2$) 依逆時針旋轉， $I = \oint_C \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2}$ 。

(i) $a <$ _____ 時， $I = 0$ 。

(ii) 若 $I \neq 0$ 時， $I =$ _____。

二. 計算題 每題 15 分。

1. C 為平面 $x - 2y + 2z = 9$ 和球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ 相交成的圓。

(a). 求圓 C 的圓心和平面 $x - 2y + 2z = 9$ 過圓心的法線參數式。

(b). $\vec{F} = -2z^2\vec{i} + x^2\vec{j} - 4y^2\vec{k}$. C : 自原點望去依順時針旋轉。求線積分 $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ 之值。

2. 點在 $x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$ 之上，求使 $f(x, y, z) = xyz$ 有最大值和最小值之點，及所對應的函數值。

試題必須隨卷繳回