

1. 何謂 Chebyshev's 不等式 (5 分)，試說明其在統計學上之應用 (5 分)。
2. 一家工廠有三部機器，分別為機器 A、B 與 C，其所生產產品之不良率分別為 1%、2% 與 3%。機器 A、B 與 C 之產量佔總產量之比率分別為 45%、35% 與 20%。試問在總生產量為 10 萬件中，其不良件數為多少 (5 分)？若由此 10 萬件中隨機抽出一件，若此件為不良品，試問此不良品是由 A 機器生產之機率為何 (5 分)？
3. 何謂統計量 (5 分)？何謂推定量 (3 分)？並說明統計量與推定量間之關係 (2 分)。
4.  $X$  為一標準常態分配之隨機變數，若  $Y = X^2$ ，試求  $Y$  之機率密度函數 (10 分)。
5. 若一人丟擲一不偏之六面骰三次，設  $Y$  為三次點數出現之加總，試求  $Y$  之 Probability Mass Function (10 分)。
6. 以線性迴歸模型為基礎，試回答下列子題
  - (1) 假設母體迴歸式為  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i^2 + u_i$ ，設定樣本殘差平方和極小化之問題，並利用 normal equations 來解出  $\beta_1$  與  $\beta_2$  之推定量。(10 分)
  - (2) 說明為何  $\beta_2$  的推定量為一隨機變數，以及該推定量具不偏性之意義。(5 分)
  - (3) 請以機率分配的圖形與概念說明，為何我們常以推定量之變異數來代表估計結果的精確程度。(5 分)
  - (4) 請以機率分配的圖形與概念說明，推定量具一致性與漸近不偏性的異同之處。(5 分)
7. 假設  $Y$  為一常態分配之隨機變數，某應用經濟學家想了解變數  $X$  對  $Y$  之邊際影響，因此設定樣本迴歸模式如  $Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i + \hat{u}_i$ 
  - (1) 請說明為何檢定個別係數顯著性之統計量遵循  $t$  分配。(6 分)
  - (2) 請列出檢定聯合顯著性之 ANOVA 表。(6 分)
  - (3) 請說明為何迴歸均方(Mean Sum of Squares due to regression)以及殘差均方(Mean Sum of Squares due to residual)之比值為一遵循  $F$  分配之統計量。(8 分)
  - (4) 建立  $\beta_2$  之 95% 信賴區間，並說明其意義。(5 分)