

一、(10分) 考慮完整渦度方程式如下

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \left(u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} \right) + w \frac{\partial \zeta}{\partial z} + (\zeta + f) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + v \frac{df}{dy} = \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

討論各項之物理意義，並以中緯度綜觀天氣尺度進行尺度分析，寫出重要項。

二、(10分) 在 $Y-Z$ 切面上，以位溫 θ 以及角動量 $M = fy - u$ 兩個變數，討論「靜力穩度」以及「慣性穩度」。並寫出穩定數學條件。在「對流穩定」以及「慣性穩定」大氣下， $\partial\theta/\partial y < 0$ 如何產生不穩度？以畫 $Y-Z$ 面示意圖討論。

三、(10分) 定義相當位溫為 $\theta_e \approx \theta + 0.25q(g/kg)$ ， q 為水氣混合比， θ_e^* 為 q 取飽和值之相當位溫。為何大氣「條件性不穩度」的條件是 $\partial\theta_e^*/\partial z < 0$ ？討論大氣「邊界層」的「溫度」和「水氣含量」對「條件性不穩度」之影響。

四、(20分) 何謂「可應用位能」？說明大氣緯向平均的「可應用位能」和緯向平均溫度梯度有關，此能量非常大時會產生何種不穩度？最大不穩定波長之特性為何？討論這不穩定發生時的能量轉換。簡述平均三胞大氣環流如何維持大氣動量、能量、水氣的準平衡。

五、(每小題 10 分共 20 分) 以準地轉理論 (Quasi-Geostrophic) 渦度平流與溫度平流討論

(a) 垂直速度與熱力風平衡的調節。

(b) 當 850hPa 有顯著的暖平流時，若對應的 500hPa 高度場 ϕ 隨時間變低，會是何種原因？

六、(每小題 5 分共 15 分) 考慮在 f 面上的一維線性淺水重力波控制方程式，波動之水平風場滿足地轉平衡情形

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial h}{\partial x}, \quad \frac{\partial h}{\partial t} = -H \frac{\partial u}{\partial x}, \quad f_0 u = -g \frac{\partial h}{\partial y}$$

在此 g 為 gravity, H, h 分別為平均以及擾動水高。

(a) 以 Fourier series 分析波動頻散關係。此波動是否為頻散波？

$$\begin{pmatrix} u \\ h \end{pmatrix} = \sum_{k, \omega} \begin{pmatrix} \hat{u} \\ \hat{h} \end{pmatrix} \exp(ikx - i\omega t)$$

(b) 分析 u 與 h 的相位，畫出向波動之相位圖。

(c) 討論這種波動傳送方向；這種波動如何環繞台灣島運動？這種波動在大氣何處可以觀測到？

七、(每小題 5 分共 15 分) 考慮在 β 面羅士比波 (Rossby wave) 方程式

$$\frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \nabla^2 \psi}{\partial x} + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \psi = \sum_{kl\omega} \hat{\psi} e^{ikx + ily - i\omega t}$$

其中 β 是視為常數的行星渦度梯度， \bar{u} 為常數的背景西風。

(a) 在 $\bar{u} = 0$ 情形下，導羅士比波頻散關係，並導出東西方向群速與相速。長波和短波的群速有何不同。

(b) 導出駐性羅士比波 (stationary Rossby wave) 的東西與南北群速。

(c) 討論羅士比波與駐性羅士比波的能量傳送異同。