※ 注意：請於試卷內之「非選擇題作答區」依序作答，並應註明作答之大題及小題題號。

1. [36分，共10小題] 在一臨床試驗中研究者徵求20位受試者參與某新藥之介入研究，試驗終止後共有5位發生復發。

[(1)~(9)爲填充題，(10)爲選擇題]

(1) 寫出其虛無假說：______________（自訂符號）。[3分]

(2) 請寫出其概似函數（likelihood function）______________。[3分]

(3) 依(2)其最大概似推估值（Maximum Likelihood Estimate, MLE）______________。[3分]

(4) 在(3)求 MLE 之過程中會使用 score function 其方程式= (A)×(5-(B))，則(A)=______，且(B)=_______。[3分]

(5) 在上述(4)其(A)之成份其意義爲______。[3分]

(6) 在上述(4)其(B)之成份其意義爲______。[3分]

(7) 若先前已有小型研究，6人中有3人復發，您會使用何種分佈 ______(須寫出其分佈之參數)描述此資料，並將它和上述之研究結果合併，以利用貝氏共軛對分佈(conjugate distribution)探討此問題。[3分]

(8) 利用貝氏共軛對概念將上述(7)之小型研究和上述(1)-(6)之現在研究合併，寫出其事後分佈及其參數爲_______。[6分]

(9) 直覺上以(8)之結果求平均復發率及其變異數爲 _________。[6分]

(10) 上述(7)-(9)之貝氏分析必須運用下列何種假設？(multiple choices) [3分]

A. Independence,

B. Exchangeable,

C. Correlation,

D. Identifiability

2. [32分] 設定一個簡單回歸模式如下：

$$E(y_i)=\alpha+\beta x_i,\quad i=1,2,\ldots,n$$

其中，α 和 β 爲模式之參數，n 爲樣本數。此模式的估計式爲

$$\widehat{y_i}=a+bx_i=\bar{y}+b\left(x_i-\bar{x}\right)$$，其中

$$a=\bar{y}-b\bar{x}$$，

$$b=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}$$。

（問題1）將 $\bar{y}$ 和 b 改爲 $y_i, i=1,2,\ldots,n$ 的線性組合，即寫出 $\bar{y}=\sum_{i=1}^{n}c_i y_i$ 和 $b=\sum_{i=1}^{n}d_i y_i$ 式中的 c_i 和 d_i 形式。[10分]

見背面

[續上題 2]

（問題 2）根據問題 1 的結果將 $\widehat{y_i}$ 表達爲 n 個 y_i 的線性組合。[7 分]

（問題 3）根據問題 1 的結果將 $\widehat{y_i}=\bar{y}+b\left(x_i-\bar{x}\right)$，取 $x_i=x_0$，x_0 爲某一常數，利用問題 2 的結果求 $E\left(\hat{y}_i \mid x_i=x_0\right)$ 及 $V\left(\hat{y}_i \mid x_i=x_0\right)$。[15 分]

3. [32 分] 令 A 與 B 二個隨機變數均爲二元變項，且均以 0,1 表示其二種可能性。欲檢定 A 與 B 是否獨立，一研究分別在 A=1 與 A=0 之情況下各收集到 5 個個體，所得資料如下：

	B=1	B=0	
A=1	2	3	5
A=0	4	1	5

(問題 1) 根據上述所提供之訊息，以適當的機率方式說明 A、B 二個隨機變數是否獨立？[10 分]

(問題 2) 令 $P_{ij}=P\left(A=i,B=j\right)$，$i$=0,1，$j$=0,1 且以

$$Q=\frac{P_{11}P_{00}-P_{10}P_{01}}{P_{11}P_{00}+P_{10}P_{01}}$$

測度 A , B 二變數之相關強度。
試問是否可以上述表格中的資料得到 Q 的估計值？
請說明理由。[12 分]

(問題 3) 是否可以 Fisher's exact test 檢定 $H_0:Q=0$ 是否成立？
請說明理由。[10 分]

試題隨卷繳回