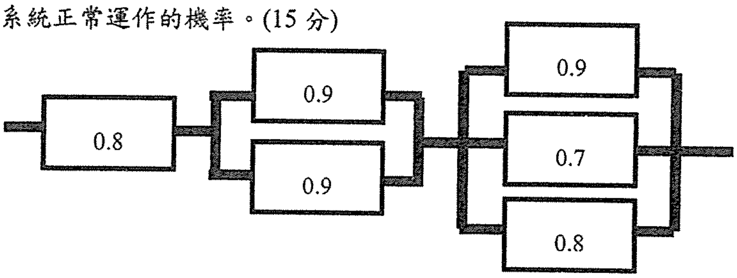
國立臺灣大學 104 學年度碩士班招生考試試題

1.若一隨機程序可以波松分布(Poisson distribution)描述，求該程序的等候時間分布(waiting time distribution)？(20 分)

2.考慮由下圖中各元件所組成的電力傳輸系統，其中數字為元件正常運作的機率，求該傳輸系統正常運作的機率。(15 分)



3.某罐頭工廠之自動裝填機的每次裝填體積為常態分布(normal distribution)，平均值與標準差(standard deviation)分別為 12.1 個單位與 0.05 個單位。工作完成後由其中任選 25 個罐頭，求每罐平均裝填體積少於 12 個單位的機率。(15 分)

4. $F=f(x_1,x_2,x_3,x_4)$ 為一結構物之承載力，其中 x_1,x_2,x_3,x_4 為生產該結構物之參數,且為相互獨立之隨機變數。(a)試以一階泰勒展式求 $Var[F]$ 之近似值。(10 分) (請參考公式 a，式中 a_1,a_2,a_3,a_4 為任意常數); (b)若 $F=x_1x_2x_3^3/4x_4^3$,試求 $Var[F]$。(20 分)

(設 x_1,x_2,x_3,x_4 之期望值(expectation)及變異數(variance)分別為 $E[x_1]=\mu_{x_1}$，$E[x_2]=\mu_{x_2}$，$E[x_3]=\mu_{x_3}$，$E[x_4]=\mu_{x_4}$，$Var[x_1]=\sigma_{x_1}^2$，$Var[x_2]=\sigma_{x_2}^2$; $Var[x_3]=\sigma_{x_3}^2$，$Var[x_4]=\sigma_{x4}^2$)。

(公式 a 如下)：

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=f(a_1,a_2,a_3,a_4)+\sum_{i=1}^{4}\frac{\partial f}{\partial x_i}\Big|_{a_1,a_2,a_3,a_4}+\frac{1}{2!}\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}(x_i-a_i)(x_j-a_j)\frac{\partial^2 f}{\partial x_i\partial x_j}\Big|_{a_1,a_2,a_3,a_4}+\cdots$$

5.隨機變數 X 具有 $f_X(x,\alpha,\beta)=\dfrac{x^{\alpha-1}e^{-x/\beta}}{\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}}$ 之分佈函數，其中 $\alpha,\beta>0$，且 $x\geq 0$。

若有一組樣本服從此分佈，其一階及二階動差(the first two moments)分別為 10 與 120，試求 α 與 β 之動差推估值(moment estimators)。(20 分)

(註：$\Gamma(\alpha)=\int_0^\infty t^{\alpha-1}e^{-t}dt$；$\int_0^\infty u^{\alpha+k-1}e^{-u}du=\Gamma(\alpha+k)$，其中 $\alpha+k>0$)

試題隨卷繳回