

題號： 416
科目： 統計學(G)
節次： 4

國立臺灣大學 111 學年度碩士班招生考試試題

題號： 416

共 4 頁之第 1 頁

計算證明題請詳列計算與證明過程，無計算與證明過程者不予計分。未標示清楚最後答案，或使用題目中未出現之符號而未事前先定義清楚者，將酌扣分數。

一、複選題(20%)

- 當資料中存在離群值(outliers)時，試問使用下列何種統計量描述資料的集中程度與離散程度較為恰當？
(A) 眾數(mode)和相關係數(correlation coefficient)。
(B) 平均數(mean)和標準差(standard deviation)。
(C) 平均數(mean)和變異數(variance)。
(D) 中位數(median)和四分位差(interquartile range)。
(E) 標準化 z 值(z-scores)與全距(range)。
- 下列有關樣本(sample)與母體(population)的描述，何者為非？
(A) 中央極限定理(central limit theorem)是用來描述樣本的分配。
(B) 統計量(statistic)是樣本的函數。
(C) 樣本平均值是一個隨機變數，有變異性。
(D) 樣本平均值(sample mean)的抽樣分配(sampling distribution)，一定跟母體的分配(distribution)一樣。
(E) 樣本平均值(sample mean)的變異數(variance)再開根號稱為標準差(standard deviation)。
- 下列有關檢定的描述，何者為非？
(A) 兩獨立樣本 t 檢定(two-sample t-test)可以用於檢定兩個比例(proportion)的差異。
(B) 兩獨立樣本 z 檢定(two-sample z-test)可以用於檢定變異數未知之兩樣本是否具有相同的母體平均值。
(C) 卡方檢定(chi-square test)可用於檢定類別資料中的百分比(proportion)是否與理論值相同。
(D) 若想知道雙胞胎的作文寫作能力是否相同，可以針對作文成績進行成對樣本檢定(paired samples test)。
(E) 在使用 Wilcoxon's Rank Sum test 時，需假設資料服從常態分佈(normal distribution)。
- 下列有關 Pearson 相關係數(Pearson's correlation coefficient, ρ)的描述，何者為非？
(A) 若兩隨機變數的相關係數為 0，代表此兩隨機變數不具有相關性。
(B) $-1 \leq \rho \leq 1$ 。
(C) 若兩隨機變數的相關係數不為 0，代表此兩隨機變數有相關，但不一定有因果關係。
(D) 若 $\rho = 0.3$ ，代表兩隨機變數有正相關。
(E) 計算相關係數的信賴區間(confidence interval)，要先對相關係數進行 Fisher's transformation。

二、計算證明題(80%)

- (21%)假設 X_1, \dots, X_n 為獨立且來自相同(independent and identical)常態分配(normal distribution)的隨機變數(random variable)，其期望值為 μ 、變異數為 σ^2 ，意即 $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。
(1) 請問 σ^2 的最大概似估計值(maximum likelihood estimate, MLE)為何？
(2) 請問 σ^2 的最大概似估計值是否為不偏估計量？請證明之。
(3) 請利用動差法(method of moment)得到 σ^2 的估計值。
- (27%)有一個研究想要探討某種魚在不同海域中生長的三種亞種魚種的重量是否相同，研究者所收集的資料如下表：

	東海	南海	北海
平均重量(公斤) \bar{X}_k	165	198	150
樣本變異數 S_k^2	2591.1	2711.4	2441.1
樣本數 N	12	15	18

- (9%)請完成以下變異數分析(Analysis of Variance, ANOVA)的表格，並說明您的結論(定顯著水準 $\alpha = 0.1$)

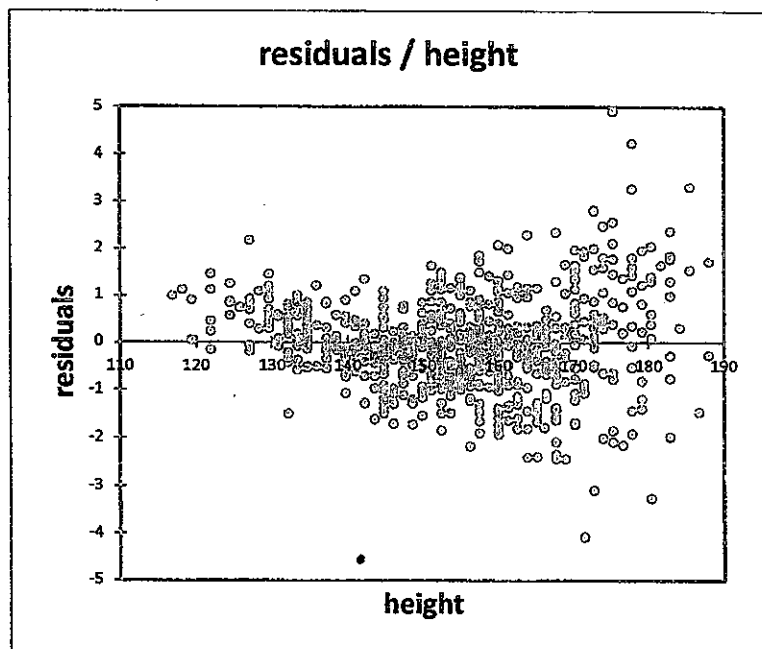
見背面

	Sum of Squares	d.f.	MSE	F	P-value
Between	①	③	⑤	⑦	0.0318
Within	②	④	⑥		
total	127220	44			

- (2) (2%) 請問這裡的變異數分析的虛無及對立假設為何？
- (3) (3%) 要進行變異數分析，這裡的資料必須有什麼假設？
- (4) (6%) 請問三片海域中的三種亞種魚，南海的魚的重量是否真的比其他兩種魚還要重？
- (5) (7%) 請問變異數分析是否可以用來檢定兩獨立樣本的母體平均值是否相等？若可以，請說明與哪一種兩獨立樣本的檢定結果會相等，並證明兩者檢定統計量(test statistic)之關係；若不行，請說明理由，並指出應該進行哪一種兩獨立樣本的檢定，並證明兩者的檢定統計量沒有數學上的關係。
7. (20%) 某地區針對 COVID-19 疫苗接種偏好之調查，透過電話訪問 1600 位當地居民，其中有 1024 位想接種莫德納疫苗，400 位想接種 AZ 疫苗，其餘的沒有特別偏好。根據上述調查，請問：
- (1) (2%) 請問「偏好接種莫德納疫苗的比例」為何？
- (2) (7%) 請提出「偏好接種莫德納疫苗的比例」的 95% 信賴區間(confidence interval)，並解釋此區間的意義。
- (3) (4%) 請問上一題在計算「偏好接種莫德納疫苗比例的 95% 信賴區間」時，「偏好接種莫德納疫苗的比例」是服從哪一個分配(distribution)？為什麼？
- (4) (7%) 請利用假設檢定的方式回答，某地區「偏好接種莫德納疫苗的比例」是否高於全國平均值 0.62？(請寫清楚虛無假說、對立假說、顯著水準、檢定統計量、判讀方式與結論)
8. (12%) 某研究探討一秒內呼氣容積(Fev1)和身高(Height)的關係，現收集 400 筆資料得敘述統計量如 Fev1 的平均值為 3.9 公升，標準差(standard deviation)為 0.7 公升；身高的平均值為 165.4 公分，標準差為 10.5 公分；再以簡單線性迴歸(simple linear regression)進行分析，得迴歸線 $\widehat{Fev1} = -9.2 + 0.074 \times Height$ ；下表是迴歸分析的部分結果：

	coefficient	Standard error	P-value
截距	-9.2	4.41	0.047
身高	0.074	0.024	0.007

- (1) (2%) 請問身高的迴歸係數統計檢定的虛無假設是什麼？
- (2) (3%) 請用迴歸分析的結果解釋呼氣容積和身高的關係。
- (3) (3%) 請解釋截距項的係數 -9.2 的意義為何？
- (4) (4%) 下面是迴歸分析的殘差圖(縱軸代表殘差項，橫軸代表解釋變數身高)，請診斷此迴歸模型是否存在任何問題？



題號：416

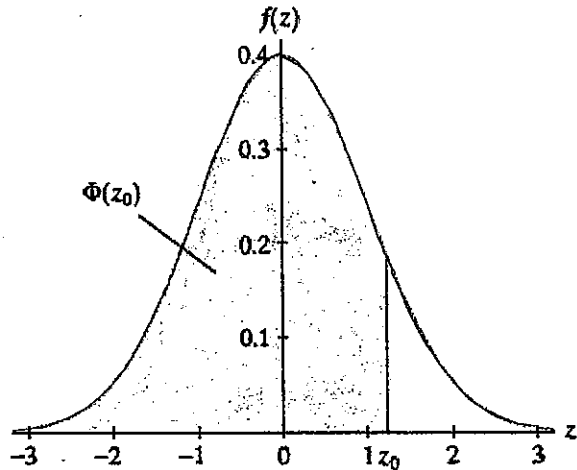
國立臺灣大學111學年度碩士班招生考試試題

科目：統計學(G)

題號：416

節次：4

共 4 頁之第 3 頁



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

見背面

題號：416

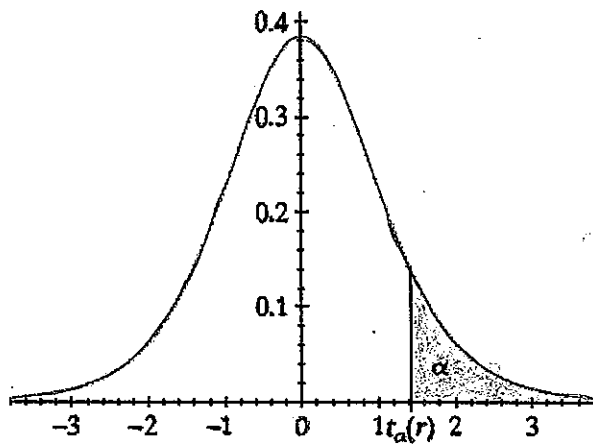
國立臺灣大學111學年度碩士班招生考試試題

科目：統計學(G)

節次：4

題號：416

共 4 頁之第 4 頁



df	α								
	0.4	0.25	0.2	0.15	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
1	0.325	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.289	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.258	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	0.255	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
50	0.255	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678
60	0.254	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
80	0.254	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
100	0.254	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
120	0.254	0.677	0.845	1.041	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞	0.253	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

試題隨卷繳回