I、填充題　（每格 2 分，共 50 分。請按空格編號，依序作答。若沒有適當答案，請填寫 無解 。）

- 由標準常態分配抽得隨機樣本 X_1, X_2，
  - 令隨機變數 $Y=\sum_{i=1}^{2} X_i^2$，則 Y 分配的眾數 Mode = __(1)__，Pearson 法的偏態係數 sk = __(2)__。
  - 又令隨機變數 $W=\sum_{i=1}^{2} X_i^2/2$，則 W 分配之動差法的偏態係數 β_1 = __(3)__ > 0 而知 W 分配為右偏分配，峰態係數 β_2 = __(4)__ > 3 而知 W 分配具有高狹峰。
  - 兩隨機變數 Y 與 W 的共變數 Cov(Y, W) = __(5)__，Pearson 積差相關係數 ρ_{YW} = __(6)__。

- 為探討 A、B 兩種不同促銷方式對營收的影響，乃隨機抽出同一財團的 40 家超商，進行完全隨機實驗設計，得採用不同方式促銷之各 20 家超商的營收，由小而大依序為：

  A A A A A A A A A A A A A A A A A A A A
  B B B B B B B B B B B B B B B B B B B B
  - 試以顯著水準 $\alpha=0.05$ 檢定，採 A、B 促銷方式之超商營收分配的中位數 η_A、η_B 是否相等？
    - 依 Kruskal-Wallis 檢定，求得檢定統計量 H = __(7)__ 與臨界值 3.841 作比較，而拒絕虛無假設 H_0 : __(8)__。
    - 依 Mann-Whitney-Wilcoxon 檢定，可求得等級和 W_A、W_B，以及檢定統計量 U_A = __(9)__、U_B = __(10)__，與臨界值 127(或 273)作比較而拒絕虛無假設 H_0。
    - 將樣本資料分成 2 行 2 列的聯立表，作中位數檢定。若依卡方檢定法，可求得不校正之檢定統計量 χ^2 = __(11)__，與臨界值 3.841 作比較而拒絕虛無假設 H_0。若改依 Fisher Exact 檢定法，以檢定統計量 b = __(12)__ 與臨界值 15 作比較，而拒絕虛無假設 H_0。
  - 試以顯著水準 $\alpha=0.05$ 檢定，兩營收分配的四分位距 IQR_A、IQR_B 是否相等？
    - 將樣本資料按四分位數 Q_1、Q_2、Q_3 分成四組，作齊一性檢定。若依卡方檢定法，則可求得檢定統計量 χ^2 = __(13)__ 與臨界值 7.815 作比較，而拒絕虛無假設 H_0 : __(14)__。此卡方檢定所需之自由度 v = __(15)__。若改依 Kolmogorov-Smirnov 兩樣本檢定法，則可求得檢定統計量 D = __(16)__，與臨界值 0.45 作比較而拒絕虛無假設 H_0。
    - 依 Wald-Wolfowitz 連檢定，求得檢定統計量 r = __(17)__，與臨界值 15 作比較而拒絕虛無假設 H_0。

- 欲探究廣告支出與營收的關聯而隨機抽查十個案例，得廣告支出 X 與營收 Y 的樣本資料，經電腦求算而得下列部份報表：

變源	變異數 MS	F	P-值
迴歸	600	12	0.008
殘差	50		

  - 此樣本資料的 Pearson 積差相關係數 r = + __(18)__。
  - 假設此資料適合有母數統計推論，試以顯著水準 $\alpha=0.05$ 檢定，廣告支出與營收是否有正相關？即相關係數參數 $\rho>0$？

    依 t 檢定，可求得檢定統計量 $t=t_0$ = __(19)__，因機率值 = p = __(20)__ < $\alpha=0.05$，而拒絕虛無假設 H_0 : __(21)__。
  - 此 t 檢定有關之 t 分配的期望值 E(t) = __(22)__，變異數 Var(t) = __(23)__，中位數 η = __(24)__，機率 $P(|t|=t_0)$ = __(25)__。

見背面

II、問答與計算題　（共 50 分）

1. 令X_1表示某機器故障以前的正常操作時間，X_2表示故障後的修理時間。假設此機器在修理後完好如初，並設X_1與X_2獨立，且其 pdf (probability density function)均為：

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0, \\ 0, & \text{其他範圍。} \end{cases}$$

(1) 令$U=\dfrac{X_1}{X_1+X_2}$表示在正常操作及修理的一個週期內，正常操作時間所佔比例，試推導(derive) U之 pdf，並註明分配名稱與參數。(10 分)

(2) 計算U之期望值E(U)及變異數Var(U)。(10 分)

2. 設隨機變數X為分布於區間$[0,\theta]$的均勻分配，自此母體隨機抽取$X_1,X_2,\cdots,X_n$之隨機樣本，

(1) 試寫出θ之參數空間Ω，並求θ之一充分統計量(sufficient statistic)。(5 分)

(2) 試以動差法 (method of moment)估計θ，記為$\hat{\theta}$，並驗證$\hat{\theta}$具有不偏性 (unbias)。(5 分)

(3) 試以最大概似法(maximum likelihood method)估計θ，記為$\tilde{\theta}$。(5 分)

3. 給任一時段$[0,t]$（以小時計），$t>0$，設到達某超市顧客人數為一卜瓦松過程（Poisson process），且$\lambda>0$為單位時間$[0,1]$內到達之平均人數。

(1) 令N為時段$[0,t]$內到達之顧客人數，試寫出N之pmf (probability mass function)，與其分配名稱及參數。(5 分)

(2) 令X_i為第$(i-1)$位顧客至第i位顧客到達時間之間距 (interarrival time)，$i=1,2,\cdots$，試推導每一X_i之累積分配函數 cdf (cumulative distribution function)，並註明分配名稱及參數。(5 分)

(3) 令$S_N=X_1+X_2+\cdots+X_N$，(i) 給定$N=n$，試推導S_n之累積分配函數 cdf，並註明分配名稱及參數。(ii) 若令$n\to\infty$，試寫出S_∞之極限分配 (limiting distribution)，需寫出參數及分配名稱。(5 分)